

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ**

**CINTHYA BUENO**

**ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA: MANIFESTAÇÕES DE  
ESTUDANTES DO PRIMEIRO CICLO SOBRE GEOMETRIA**

**CURITIBA**

**2009**

**CINTHYA BUENO**

**ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA: MANIFESTAÇÕES DE  
ESTUDANTES DO PRIMEIRO CICLO SOBRE GEOMETRIA**

**Dissertação apresentada como requisito  
parcial à obtenção do grau de Mestre em  
Educação, ao Programa de Pós-Graduação  
em Educação, Linha de Pesquisa: Educação  
Matemática, Setor de Educação, da  
Universidade Federal do Paraná.**

**Orientadora:  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Etienne Cordeiro Guérios**

**CURITIBA**

**2009**

## **TERMO DE APROVAÇÃO**

CINTHYA BUENO

### **ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA: MANIFESTAÇÕES DE ESTUDANTES DO PRIMEIRO CICLO SOBRE GEOMETRIA**

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Educação, ao Programa de Pós-Graduação em Educação, Linha de Pesquisa: Educação Matemática, Setor de Educação, da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Etienne Cordeiro Guérios  
Universidade Federal do Paraná

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca  
Universidade Federal de Minas Gerais

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Tereza Carneiro Soares  
Universidade Federal do Paraná

Prof. Dr. Emerson Rolkouski  
Universidade Federal do Paraná

Curitiba, 25 de agosto de 2009.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus.

À Professora Dr.<sup>a</sup> Ettiène Cordeiro Guérios, pela orientação desta pesquisa e pelas preciosas contribuições e ensinamentos.

À Professora Dr.<sup>a</sup> Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca e à Professora Dr.<sup>a</sup> Maria Tereza Carneiro Soares, pelas valiosas sugestões apresentadas no Exame de Qualificação, colaborando para um direcionamento final à pesquisa.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná, pelas suas contribuições durante as disciplinas e os seminários de pesquisa.

Aos colegas do mestrado, pelas discussões e sugestões durante os seminários de pesquisa.

Às crianças que participaram e colaboraram nesta pesquisa.

Às escolas e às direções, tanto do ensaio, realizado como forma de estudo-piloto, quanto da Escola Municipal que me abriu espaço para a realização deste estudo.

À Secretaria Municipal de Educação, pela licença concedida para a realização desta pesquisa.

À minha mãe Dircelha, meu pai Altevir e meu irmão Rodrigoh, que tanto me incentivaram, apoiaram e auxiliaram, não só durante o curso, mas em todos os momentos importantes de minha vida. Amo vocês!

Ao meu namorado Carlos, pela compreensão, pelo amor e pelo incentivo em todos os momentos. Amo você!

Às minhas amigas, pelo carinho, incentivo e compreensão durante o desenvolvimento deste trabalho.

## RESUMO

Esta pesquisa observou manifestações de estudantes do Primeiro Ciclo do Ensino Fundamental a respeito de algumas figuras geométricas (triângulos, quadriláteros, quadrados e retângulos). Buscou-se, através de desenho, reconhecimento de figuras e explicações orais, verificar como eles compreendem cada uma dessas figuras geométricas, analisando suas manifestações orais e escritas. Algumas das atividades desenvolvidas pelos estudantes foram criadas pela pesquisadora e, outras, extraídas das propostas por Van Hiele. Os sujeitos desta pesquisa foram seis estudantes do Primeiro Ciclo do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Curitiba, Paraná, sendo dois do 1.º ano, dois do 2.º ano e dois do 3.º ano. A metodologia de pesquisa foi qualitativa, com enfoque interpretativo. Os resultados mostraram que há indícios de compreensão conceitual em geometria no Primeiro Ciclo do Ensino Fundamental, já que alguns estudantes mostraram conhecimento de propriedades de figuras geométricas, embora não utilizem linguagem adequada. Eles se encontram em processo de alfabetização matemática em geometria por estarem aprendendo o "alfabeto matemático" referente à geometria, ou seja, a leitura e a escrita de figuras geométricas. As dificuldades referem-se, em grande parte, ao não reconhecimento de figuras geométricas em desenhos que não se assemelhem a protótipos usualmente apresentados.

**Palavras-chave:** Alfabetização matemática. Educação matemática. Geometria no Primeiro Ciclo. Linguagem matemática.

## **ABSTRACT**

The present research observed students attending the first grades of elementary school to check their oral and written manifestations towards some geometric figures (triangle, quadrilateral, square and rectangle). We intended to understand what each geometric figure meant to them by analyzing their oral and written manifestations through using drawings, recognition of figures and oral explanations. Some activities developed by the students were created by the researcher and others were taken from Van Hiele proposals. The research focused on six students attending a municipal elementary school in Curitiba, Paraná: two 1st grade, two 2nd grade and two 3rd students. The research used a qualitative methodology with an interpretative focus. Results show there are indication that students in the first grades of elementary school have a conceptual understanding of geometry, since some of them showed knowledge of geometric figure properties, although they were not able to use an adequate language to express it. Those students are in the process of learning mathematical literacy in geometry, for they are studying the “mathematical alphabet” concerning geometry, that’s to say, geometric figure reading and writing. Main difficulties lie in the fact that they do not recognize geometric figures if drawings are not similar to the prototypes usually shown to them.

**Key-words:** Mathematical literacy. Mathematical education. Geometry in elementary school first grades. Mathematical language.

## LISTA DE FIGURAS

1 - ATIVIDADE 2 .....	43
2 - ATIVIDADE 3 .....	44
3 - TRIÂNGULO REPRESENTADO PELA ESTUDANTE G .....	49
4 - QUADRADOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE G .....	50
5 - QUADRADOS REPRESENTADOS PELO ESTUDANTE R .....	51
6 - RETÂNGULOS REPRESENTADOS PELO ESTUDANTE R .....	51
7 - 1. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 .....	52
8 - 2. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 .....	53
9 - 3. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 .....	54
10 - ATIVIDADE 3 DO ESTUDO-PILOTO .....	55
11 - TRIÂNGULO REPRESENTADO PELO ESTUDANTE F (A) NA ATIVIDADE 1 .....	59
12 - QUADRADOS REPRESENTADOS PELO ESTUDANTE F (B, C) NA ATIVIDADE 1 .....	60
13 - RETÂNGULO REPRESENTADO PELO ESTUDANTE F (D) NA ATIVIDADE 1 .....	61
14 - 1. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELO ESTUDANTE F .....	61
15 - 2. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELO ESTUDANTE F .....	62
16 - 3. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELO ESTUDANTE F .....	62
17 - ATIVIDADE 3 REALIZADA PELO ESTUDANTE F .....	64
18 - TRIÂNGULOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE E (A, B) NA ATIVIDADE 1 .....	66
19 - QUADRADOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE E (C, D, E) NA ATIVIDADE 1 .....	67
20 - RETÂNGULOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE E (F, G, H) NA ATIVIDADE 1 .....	67
21 - 1. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE E .....	68
22 - DESENHO CIRCULADO PELA ESTUDANTE E COMO TRIÂNGULO .....	69
23 - 2. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE E .....	69
24 - DESENHO CIRCULADO PELA ESTUDANTE E COMO QUADRADO .....	69
25 - 3. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE E .....	70
26 - ATIVIDADE 3 REALIZADA PELA ESTUDANTE E .....	71
27 - TRIÂNGULOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE D (A, B) NA ATIVIDADE 1 .....	73
28 - QUADRADOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE D (C, D) NA ATIVIDADE 1 .....	74
29 - RETÂNGULOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE D (E, F, G) NA ATIVIDADE 1 .....	74
30 - 1. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE D .....	75
31 - 2. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE D .....	76
32 - 3. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE D .....	76
33 - ATIVIDADE 3 .....	77
34 - TRIÂNGULOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE C (A, B, C) NA ATIVIDADE 1 .....	79
35 - QUADRADOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE C (D, E) NA ATIVIDADE 1 .....	80
36 - RETÂNGULOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE C (F, G, H) NA ATIVIDADE 1 .....	80

37 - 1. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE C.....	81
38 - 2. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE C.....	81
39 - 3. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE C.....	82
40 - ATIVIDADE 3 REALIZADA PELA ESTUDANTE C.....	83
41 - TRIÂNGULOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE B (A, B, C) NA ATIVIDADE 1 .....	87
42 - QUADRADOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE B (D, E) NA ATIVIDADE 1 .....	87
43 - RETÂNGULOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE B (F, G, H) NA ATIVIDADE 1.....	88
44 - 1. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE B.....	88
45 - 2. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE B.....	89
46 - 3. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE B.....	89
47 - ATIVIDADE 3.....	90
48 - TRIÂNGULO (A) E QUADRADO (B) REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE A NA ATIVIDADE 1 .....	92
49 - RETÂNGULO REPRESENTADO PELA ESTUDANTE A (C) NA ATIVIDADE 1.....	93
50 - 1. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE A.....	94
51 - 2. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE A.....	94
52 - 3. <sup>a</sup> QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE A.....	95
53 - ATIVIDADE 3.....	96



## SUMÁRIO

<b>1 A PESQUISA.....</b>	<b>9</b>
1.1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA.....	9
1.2 O PROBLEMA.....	15
1.3 O OBJETIVO.....	15
<b>2 ASPECTOS TEÓRICOS .....</b>	<b>16</b>
2.1 LINGUAGEM E ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA .....	16
2.2 O ENSINO DE GEOMETRIA NO PRIMEIRO CICLO .....	23
<b>3 METODOLOGIA DE PESQUISA .....</b>	<b>41</b>
<b>4 ESTUDO DAS MANIFESTAÇÕES DOS ESTUDANTES .....</b>	<b>46</b>
4.1 UM ENSAIO .....	46
4.2 DESVELANDO O PENSAMENTO MATEMÁTICO DOS ESTUDANTES .....	58
4.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROCESSO DE ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA EM GEOMETRIA.....	99
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>104</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>110</b>
<b>APÊNDICE 1 - ATIVIDADE 2.....</b>	<b>114</b>
<b>APÊNDICE 2 - ATIVIDADE 3.....</b>	<b>115</b>
<b>APÊNDICE 3 - ATIVIDADES DO ENSAIO DA ESTUDANTE G .....</b>	<b>116</b>
<b>APÊNDICE 4 - ATIVIDADES DO ENSAIO DA ESTUDANTE M .....</b>	<b>131</b>
<b>APÊNDICE 5 - ATIVIDADES DO ENSAIO DO ESTUDANTE R .....</b>	<b>147</b>
<b>APÊNDICE 6 - ATIVIDADES DA ESTUDANTE A .....</b>	<b>163</b>
<b>APÊNDICE 7 - ATIVIDADES DA ESTUDANTE B .....</b>	<b>167</b>
<b>APÊNDICE 8 - ATIVIDADES DA ESTUDANTE C .....</b>	<b>176</b>
<b>APÊNDICE 9 - ATIVIDADES DA ESTUDANTE D .....</b>	<b>186</b>
<b>APÊNDICE 10 - ATIVIDADES DA ESTUDANTE E.....</b>	<b>194</b>
<b>APÊNDICE 11 - ATIVIDADES DO ESTUDANTE F.....</b>	<b>204</b>

## 1 A PESQUISA

### 1.1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

O ensino da Matemática é uma das grandes preocupações dos professores e pesquisadores, já que muitos estudantes apresentam dificuldades e, principalmente por este motivo, não gostam da disciplina. Como professora da Rede Municipal de Educação de Curitiba, especialmente dos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, pude perceber a grande dificuldade destes em compreender matemática. Essa preocupação fez-me buscar referenciais teóricos que ampliassem minha prática docente e formular um projeto de intervenção que pudesse colaborar para a melhoria da compreensão dos estudantes na disciplina de Matemática. Participei então, em 2004, do Projeto Fazendo Escola<sup>1</sup> cujo título foi: "A importância da Alfabetização Matemática", com orientação do professor Eduardo Quadros da Silva (PUC-PR). Nesse trabalho, investiguei se alguns professores e se os pais dos estudantes de minha turma tiveram dificuldade com a matemática durante seus estudos e constatei que aproximadamente 67% dos pais e 83% dos professores entrevistados enfrentaram dificuldades em matemática principalmente durante o ensino fundamental.

Atualmente, trabalho na Secretaria Municipal da Educação, na Equipe de Matemática, atuando diretamente com professores do ensino fundamental. Além disso, trabalho como professora de Matemática em uma escola municipal de Curitiba, atuando com três turmas de sexta série, onde percebo que a dificuldade em matemática torna-se ainda maior.

---

<sup>1</sup> A Secretaria Municipal de Educação de Curitiba lançou em 1998 o Projeto Fazendo Escola, oferecendo uma bolsa-auxílio aos professores e pedagogos que elaborassem e desenvolvessem um projeto com os estudantes que contribuísse para a melhoria da educação. Em 2005 o projeto recebeu o nome de Projeto Universidade-Escola. Os profissionais que têm seus projetos aprovados recebem orientação de professores universitários.

Ao analisar os resultados da Prova Brasil, realizada em 2005, na qual a cidade de Curitiba obteve uma média de 185,83 pontos para estudantes de 4.<sup>a</sup> série e 232,40 pontos para estudantes de 8.<sup>a</sup> série, pode-se perceber a grande dificuldade dos estudantes em matemática, já que esses números são inferiores ao mínimo esperado, que é de 200 pontos para a 4.<sup>a</sup> série e 300 pontos para a 8.<sup>a</sup> série. Apesar de estes resultados serem menores que o mínimo esperado, Curitiba foi a capital do Brasil com maior média, o que demonstra que a dificuldade é nacional. Ela tem início nos primeiros anos e acentua-se nos anos finais do ensino fundamental. Essa grande dificuldade dos estudantes com a matemática é uma das preocupações da Educação Matemática, que "estuda o ensino e a aprendizagem da Matemática" (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.5).

Percebendo que estudantes da 4.<sup>a</sup> série (ou 5.<sup>o</sup> ano) do ensino fundamental já apresentavam dificuldades em matemática, a Secretaria Municipal da Educação de Curitiba realizou, em 2007, uma avaliação de Língua Portuguesa e de Matemática com os estudantes da 2.<sup>a</sup> etapa do Ciclo I<sup>2</sup> (equivalente à 2.<sup>a</sup> série ou 3.<sup>o</sup> ano). Participaram desta avaliação os estudantes de todas as escolas municipais de Curitiba que estavam na 2.<sup>a</sup> etapa do Ciclo I. O resultado desta avaliação mostrou que estudantes no início da escolarização também apresentavam dificuldade em matemática, nos mais diversos conteúdos. Esta avaliação trouxe questões envolvendo diversas linguagens: aritmética, geométrica, probabilística, gráfica, estatística e lógica. Uma questão relacionada à geometria trazia o desenho de um sólido geométrico e solicitava que o estudante apontasse em qual das quatro alternativas estavam desenhadas todas as faces do sólido. Nesta questão, apenas 30,69% dos estudantes das escolas da Rede Municipal de Ensino de Curitiba identificaram todas as faces do sólido geométrico de forma adequada.

Buscando verificar se os jovens de 15 anos estão bem preparados para os desafios da vida, o PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) mede o letramento em leitura, matemática e ciências. O Programa foi lançado pela OCDE

---

<sup>2</sup> O Ciclo I é composto pelos 1.<sup>o</sup>, 2.<sup>o</sup> e 3.<sup>o</sup> anos do ensino fundamental, de 9 anos.

(Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômicos) em virtude da necessidade de evidências sobre o desempenho dos estudantes em comparação internacional. O PISA é um compromisso assumido pelos governos dos países da OCDE para monitorar regularmente os resultados dos sistemas educacionais através dos estudantes em uma estrutura comum estabelecida por consenso entre os países. O Brasil, apesar de não fazer parte da OCDE, participa das avaliações realizadas pelo PISA.

O PISA tem como meta produzir uma nova base para o diálogo entre políticas e para a colaboração na definição e na operacionalização de metas educacionais – por meios inovadores que reflitam julgamentos sobre habilidades relevantes para a vida adulta (OCDE PISA, 2003, p.3).

No ano de 2003 a ênfase foi dada à matemática. Participam dessa avaliação internacional os estudantes que têm entre 15 anos e três meses e 16 anos e dois meses, desde que estejam matriculados em alguma instituição educacional (OCDE PISA, 2003, p.18). Para o PISA, letramento em matemática é definido como:

[...] a capacidade de identificar, compreender e operar com matemática, e de fazer julgamentos bem fundamentados sobre o papel da matemática na vida privada atual e futura do indivíduo, na vida ocupacional, na vida social com pares e parentes e na vida como cidadão construtivo, preocupado e capaz de reflexão (OCDE PISA, 2003, p.23).

Além da avaliação do desempenho dos estudantes, o PISA também coleta dados sobre o aluno, a família e as instituições que possam contribuir para explicar diferenças de desempenho.

O resultado de 2003 mostrou que metade dos estudantes brasileiros está abaixo do nível 1. É importante ressaltar que os estudantes do nível 1 "são capazes de completar somente um único passo processual consistindo em reproduzir fatos ou processos matemáticos básicos, ou de aplicar habilidades de cálculo simples" (OCDE PISA, 2003, p.82). Dessa forma, verifica-se que o resultado apresentado pelos estudantes brasileiros é muito preocupante.

O INAF (Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional)<sup>3</sup> de 2002 levantou dados sobre as habilidades matemáticas da população brasileira de 15 a 64 anos de idade. De acordo com Fonseca (2004), habilidade matemática foi considerada como:

[...] a capacidade de mobilização de conhecimentos associados à quantificação, à ordenação, à orientação e a suas relações, operações e representações, na realização de tarefas ou na resolução de situações-problema, tendo sempre como referência tarefas e situações com as quais a maior parte da população brasileira se depara cotidianamente (FONSECA, 2004, p.13).

O livro *Letramento no Brasil: habilidades matemáticas* (2004) traz a discussão sobre os resultados do INAF 2002, realizado com 2.000 pessoas espalhadas por mais de 140 municípios brasileiros em todos os estados da federação, em zona urbana, rural e periferia. Além de um conjunto de tarefas que avaliaram suas habilidades em matemática, foram coletados dados como idade, sexo, classe econômica, grau de escolaridade etc. e observou-se que, embora diferentes variáveis mostrassem interferências no desempenho dos sujeitos, o que melhor correlaciona o desempenho no teste é o grau de instrução a que esse sujeito teve acesso. Foram propostas aos entrevistados 36 tarefas de matemática de diferentes complexidades que exigiam habilidades de leitura e escrita de números e de outras representações matemáticas de uso social frequente (gráficos, tabelas, escalas etc.) e, ainda, a análise ou solução de situações-problema envolvendo operações aritméticas simples (adição, subtração, multiplicação e divisão), raciocínio proporcional, cálculo de porcentagens, medidas de tempo, massa, comprimento e área. As questões foram propostas oralmente pelo entrevistador, com possibilidade de manipulação de suportes conhecidos da população em geral, como calendário, cédulas e moedas, folhetos de propaganda, jornal, mapa e aparelhos simples de medida como relógio, fita métrica e régua. É importante destacar que os entrevistadores não eram professores de matemática ou educadores, eram

---

<sup>3</sup> O INAF é uma iniciativa do Instituto Paulo Montenegro e da ONG Ação Educativa que consiste no levantamento periódico de dados sobre as habilidades de leitura, escrita e matemática da população brasileira. Foi lançado em 2001 e tem como objetivo divulgar informações e análises que ajudem a compreender e solucionar o problema da exclusão educacional no País.

entrevistadores do Ibope. A resposta do entrevistado era dada oralmente ou por gestos como apontar, por exemplo. Uma única questão exigia a produção escrita, em que o número de um telefone era solicitado. Para a realização das tarefas, o entrevistado poderia utilizar recursos como lápis e papel e calculadora. O questionário apresentava também questões sobre o julgamento que o entrevistado fazia de si mesmo em suas capacidades de leitura de números e cálculo. O INAF aponta que a maior dificuldade dos entrevistados não está em realizar operações, mas em resolver problemas.

Essas são somente algumas das situações em que a dificuldade em matemática aparece. Cabe a nós uma indagação: por que há tanta dificuldade em matemática? Este questionamento pode trazer as mais diversas respostas, porém focamos aqui, nesta pesquisa, a necessidade de se trabalhar com a linguagem matemática.

Afinal, a matemática tem uma linguagem própria, diferente da linguagem natural. A linguagem matemática utiliza termos e símbolos (signos) que são próprios dela, ou seja, o seu próprio alfabeto e sua gramática, como bem afirma Danyluk (1991). Essa linguagem precisa ser ensinada de maneira estruturada na escola desde os primeiros anos de escolarização. Dessa forma, é preciso que durante o processo de alfabetização em língua portuguesa ocorra também um processo semelhante em matemática, ou seja, que estes estudantes aprendam a ler e a escrever a linguagem matemática usada nas primeiras séries de escolarização. Mas que leitura é essa? Essa leitura não é a mera decodificação de símbolos, mas a leitura com compreensão dos conceitos apresentados. Assim, a Alfabetização Matemática envolve a compreensão, a interpretação e a comunicação de conteúdos matemáticos ensinados na escola e considerados iniciais para a construção do conhecimento matemático. Esse conhecimento matemático inicial envolve a leitura e escrita das primeiras noções de lógica, aritmética e geometria.

O ensino da Geometria, em especial, ainda recebe uma atenção menor por parte de alguns professores do que conteúdos numéricos, sendo estes últimos considerados mais acessíveis e importantes por alguns professores (BARRANTES; BLANCO, 2004, p.36).

O livro *A Geometria nas séries iniciais* (2003) traz alguns resultados das pesquisas de doutorado de Nacarato e Passos, que realizaram seus estudos com professores dos primeiros anos do ensino fundamental. Elas observam "ser comum professores chegarem à pós-graduação sem um raciocínio geométrico formado". (NACARATO; PASSOS, 2003, p.69). Este fato é algo que nos instiga, já que, se o professor apresenta tal dificuldade, possivelmente seus alunos também a apresentem, caso não seja realizado um trabalho específico com a compreensão de conceitos geométricos.

Por esse motivo, a presente pesquisa procurou centrar-se no ensino da Geometria. Dessa forma, a Alfabetização Matemática em Geometria busca a leitura e a escrita dos conceitos relacionados à geometria, sendo que esta leitura envolve compreensão dos conceitos geométricos presentes. Assim sendo, ao realizar a leitura e a escrita de figuras geométricas, o estudante precisa ter compreensão da linguagem geométrica ali presente.

Com isso, buscou-se uma escola municipal de Curitiba para observar manifestações de alguns estudantes do Primeiro Ciclo do Ensino Fundamental a respeito de algumas figuras geométricas (triângulos, quadriláteros, quadrados e retângulos), já que esses estudantes estão em processo de alfabetização matemática.

Para tanto, apresentam-se primeiramente alguns aspectos teóricos sobre linguagem, linguagem matemática, alfabetização matemática e geometria.

Em seguida, faz-se um relato da Metodologia de pesquisa utilizada e um estudo das manifestações dos estudantes, desde o ensaio realizado, sob a forma de um estudo-piloto.

Apresentam-se, então, as manifestações dos estudantes observadas nos diálogos entre eles e a pesquisadora durante as atividades realizadas. Trazem-se, também, considerações sobre o movimento percebido no processo de alfabetização matemática, onde se buscou relatar as manifestações orais e escritas de estudantes do Primeiro Ciclo do Ensino Fundamental sobre algumas figuras geométricas – triângulos, quadriláteros, quadrados e retângulos –, observando principalmente a compreensão

que demonstram ter do conceito dessas figuras, seja por meio de desenhos, da identificação de desenhos apresentados a eles ou em sua fala.

## 1.2 O PROBLEMA

Mediante diversas manifestações orais e escritas, procurou-se observar a compreensão que estudantes do Primeiro Ciclo do Ensino Fundamental, que estão em um período de alfabetização matemática, demonstram ter do conceito de algumas figuras geométricas: triângulos, quadriláteros, quadrados e retângulos.

## 1.3 O OBJETIVO

A presente pesquisa tem como objetivo observar a compreensão que estudantes do Primeiro Ciclo do Ensino Fundamental demonstram ter sobre algumas figuras geométricas, comumente previstas como conteúdos escolares a estudantes que se encontram em processo de alfabetização matemática em geometria.



## 2 ASPECTOS TEÓRICOS

### 2.1 LINGUAGEM E ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA

A Matemática tem sido vista por muitos estudantes como um "monstro", algo difícil de ser compreendido. Rômulo Campos Lins (2004) afirma que um dos motivos para isto é que a matemática acaba ficando muito distante do cotidiano "extraescolar". Eles não compreendem matemática e acabam não gostando da disciplina.

Além dos estudantes, alguns professores também consideram que matemática é difícil e que somente alguns dos estudantes (a minoria) vão compreendê-la:

De acordo com Paulus Gerdes (1981, p.3) a matemática é percebida, por muitos indivíduos, como sendo uma disciplina abstrata e totalmente separada das situações cotidianas, pois, *muitos pensam que a matemática é uma ciência abstrata, muito difícil de aprender e desligada do cotidiano do homem. Há professores que afirmam abertamente nas suas aulas que a matemática é difícil e pensam que é acessível a uma minoria* (PIROLA; BRITO, 2005, p.85).

Também Corrêa (2005) comenta que apesar de as aplicações da matemática estarem presentes nas ciências e na vida social, através dos meios de comunicação (tanto orais quanto escritos), "a Matemática é tida socialmente como uma ciência fria, difícil, abstrata e inumana" (p.93).

Danyluk (1991), ao pesquisar a relação de futuros professores dos primeiros anos do ensino fundamental (estudantes do curso de Magistério) com a Matemática, observou que:

A maioria desses futuros professores confessava não saber ensinar Matemática e não gostar dessa ciência. Afirmavam que haviam escolhido o curso de Magistério por acharem que, em tal curso, "não teriam muito de Matemática". Eles mostravam não gostar de Matemática e achavam-se incapazes de entendê-la. Esses futuros professores consideravam que quem "sabia" Matemática era um gênio (DANYLUK, 1991, p.18).

Se os próprios professores (ou futuros professores) consideram a matemática difícil, provavelmente repassarão esta dificuldade para seus alunos, que poderão

não compreender matemática, não gostar da disciplina e, conseqüentemente, não saberão a importância de estudá-la. Outros professores, buscando facilitar as tarefas de matemática para os estudantes, acabam criando posteriores dificuldades, já que a facilitação de uma tarefa traz somente um resultado momentâneo, como afirma Lins (2004, p.112): "[...] o que se produz com a suposta facilitação é o oposto, é a criação de dificuldades posteriores". Estas dificuldades, criadas por falsas facilitações, vão aparecendo aos poucos desde os primeiros anos do ensino fundamental.

Nesse momento, cabe a nós lembrarmos: por que se ensina matemática na escola? Sobre isto, Carvalho (2005, p.103) cita D'Ambrosio (1993)<sup>4</sup>:

[...] D'Ambrósio, após indagar-se e refletir, 'por que se ensina matemática com tal intensidade e universalidade?', encontra respostas 'numa multiplicidade de razões associadas a uma quina de valores: 1. utilitário; 2. cultural; 3. formativo; 4. sociológico; 5. estético'.

Assim como Carvalho, não estamos defendendo aqui uma abordagem exclusivamente utilitarista da matemática, mas defendemos que é possível, sim, apresentar o aspecto utilitário desse conhecimento, em especial nos primeiros anos de escolarização. Com isso, estaremos mostrando alguns dos usos sociais de conteúdos matemáticos aos estudantes.

Danyluk (1991) comenta que é preciso que se tenha atenção para não se criar repulsa pela matemática desde os primeiros anos, ou seja, no período da alfabetização, já que nesta fase o estudante tem contato com as primeiras noções de lógica, as de aritmética e as de geometria (DANYLUK, 1991, p.21). Dessa forma, sem a repulsa inicial pela matemática, busca-se que os estudantes possam aprendê-la. Mas o que é "aprender matemática?". Segundo Gómez-Granell (2006, p.282), "[...] aprender matemática significa aprender a observar a realidade matematicamente, entrar na lógica do pensamento e da linguagem matemática, usando as formas e os significados que lhe são próprios".

---

<sup>4</sup> D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: arte ou técnica de explicar e conhecer. 2.ed. São Paulo: Ática, 1993. (Série Fundamentos 74)

Se a matemática tem uma linguagem com formas e significados próprios, cabe então a nós perguntarmos: o que se pode entender por linguagem? E por linguagem matemática? Segundo Santos (2005, p.117):

Linguagem pode ser entendida como uma criação social que utiliza símbolos, também criados socialmente. A linguagem matemática é um sistema simbólico de caráter formal, cuja elaboração é indissociável do processo de construção do conhecimento matemático e tem como função principal converter conceitos matemáticos em objetos mais facilmente manipuláveis e calculáveis possibilitando inferências, generalizações e novos cálculos que, de outro modo, seriam impossíveis.

A linguagem matemática permite que os conceitos matemáticos sejam mais facilmente calculáveis, bem como possíveis generalizações. Santos (2005) explica que a linguagem natural e a linguagem matemática possuem características muito distintas e, na aprendizagem da matemática, o estudante vai substituindo a linguagem natural pela linguagem matemática sobretudo nos primeiros anos de escolarização, e isto não ocorre sem dificuldades. Essa passagem para a linguagem matemática necessita que o estudante se apoie em significados referentes à formação dos conceitos matemáticos formados para se apropriar da linguagem específica (SANTOS, 2005, p.122).

Corrêa (2005, p.95) acrescenta: "Há, porém, diferenças marcantes entre a linguagem natural e a linguagem da Matemática: uma delas é que esta não se aprende em casa, desde pequeno, mas, sim, na escola".

Sendo a linguagem matemática aprendida na escola, compete a nós, professores, proporcionar o ensino desta linguagem aos estudantes de modo significativo, valorizando a linguagem dos estudantes como meio de construção de significados e conceitos matemáticos por parte deles. Porém, essa aprendizagem não é tão simples, já que, além de a linguagem matemática ser aprendida na escola, essas duas linguagens apresentam outras diferenças, como argumenta Santos (2005, p.123):

Tal conflito (*entre as linguagens*) é instaurado em decorrência das características das duas linguagens. Enquanto a linguagem natural apresenta ambigüidades e tem como função principal a comunicação, a linguagem matemática apresenta outras características, que não servem somente à comunicação, como: é precisa e não redundante, rigorosa, formal, teórica, impessoal e atemporal, não se identificando referências a contextos particulares.

Sabendo o professor que essas linguagens apresentam tantas diferenças, ele deve estar atento no sentido de ampliar o vocabulário dos estudantes na linguagem matemática e, mais que isso, saber que, assim como a linguagem natural, a linguagem matemática também tem diferentes níveis de elaboração, como explica Corrêa (2005, p.95):

Essa linguagem tem registros orais e escritos e, como qualquer linguagem, apresenta diversos níveis de elaboração, consoante a competência dos interlocutores: a linguagem matemática usada pelos 'matemáticos profissionais', por traduzir idéias de alto nível, é mais exigente do que a linguagem utilizada para traduzir idéias numa aula. Da mesma forma, a linguagem natural assume registros de complexidade diferente, dependendo da competência dos falantes.

Assim, não se busca a utilização de uma linguagem matemática usada pelos "matemáticos profissionais", como ressalta Corrêa (2005), mas sim a introdução da linguagem matemática desde os primeiros anos de escolarização, para que os estudantes vão aprendendo a utilizá-la. Afinal, segundo Gómez-Granell (2006), a linguagem matemática permite a abstração do essencial das relações matemáticas envolvidas, além do crescimento do rigor, já que os termos têm um significado estrito.

Ainda segundo esse autor (p.260), a linguagem matemática tem uma outra característica:

A característica dessa linguagem é tentar abstrair o essencial das relações matemáticas, eliminando qualquer referência ao contexto ou à situação, ao ponto de na linguagem algébrica – considerada como autêntica linguagem da matemática –, os números, em si mesmos abstratos, serem substituídos por letras, que têm um caráter muito mais genérico.

Nos anos iniciais, é preciso que o estudante comece a ter contato com essa linguagem própria que é a linguagem matemática, a qual, segundo Corrêa (2005, p.94), é dotada de um código e de uma gramática próprios:

A Matemática, enquanto linguagem universal, cria não só os seus próprios signos (ou símbolos) mas também uma gramática que rege "a ordem concebível" no interior de um sistema coerente, em que conhecimento e linguagem possuem o mesmo princípio de funcionamento na representação.

Para tanto, é necessário que o estudante conheça os 'signos' e a 'gramática' próprios da matemática, para que seja capaz de realizar a leitura da linguagem matemática, o que precisa ocorrer desde os primeiros anos de escolarização. Pois, como afirma Danyluk (1991, p.39):

Se ler é compreender e interpretar aquilo que está impresso em um texto, então, ao ler o discurso matemático o leitor deve compreender e interpretar aquilo que o texto de Matemática mostra, ou seja, os símbolos e signos expressos pela linguagem matemática. No momento em que o leitor olha para os símbolos ou signos impressos no texto e a sua consciência atenta volta-se para o desvelamento dos significados que aí estão implícitos, o ato de ler a linguagem matemática começa a se realizar.

É importante destacar que a leitura da linguagem matemática (ou do texto de matemática) envolve compreensão, como a autora destaca: "[...] é entendida como ato de compreender, de interpretar e de transformar. É vista como compreensão da expressão de uma linguagem e não apenas decifração de traços codificados e impressos em um papel". (DANYLUK, 1998, p.14).

Da mesma forma que essa autora, concordamos que a leitura da linguagem matemática envolve compreensão e interpretação dos símbolos componentes da linguagem matemática. Estes signos (ou símbolos) são considerados por Danyluk (1991) como parte do alfabeto da matemática, fazendo parte, portanto, do contexto da alfabetização:

Considerando que a palavra 'alfabeto' refere-se às primeiras noções de qualquer ciência e que a Matemática é uma ciência que possui primeiras noções, tais como as noções iniciais de lógica, as de aritmética e as de geometria, é possível afirmar que a escrita e a leitura dessas primeiras idéias podem ser aprendidas e, desse modo, fazer parte do contexto alfabetização (DANYLUK, 1991, p.44).

De maneira análoga, Andrade (2005, p.158) considera que a linguagem matemática envolve mais do que a escrita e a leitura de números, relacionando linguagem matemática e alfabetização matemática:

A linguagem matemática ou a alfabetização matemática, a meu ver, não envolve a escrita e a leitura apenas de números e cálculos mas também de espaços, forma, medidas, grandezas, tratamento de informações – combinatória; probabilidade e estatística; uso de, por exemplo, unidades de medidas não-convencionais; construção, leitura e escrita do mundo em que o indivíduo está inserido.

O termo alfabetização matemática também foi utilizado por Danyluk (1991), para quem esse conceito "refere-se aos atos de aprender a ler e a escrever a linguagem matemática usada nas primeiras séries da escolarização" (p.45). Explica ainda:

Compreendo a alfabetização matemática, portanto, como fenômeno que trata da compreensão, da interpretação e da comunicação dos conteúdos matemáticos ensinados na escola, tidos como iniciais para a construção do conhecimento matemático. Ser alfabetizado em matemática, então, é compreender o que se lê e escrever o que se compreende a respeito das primeiras noções de lógica, de aritmética e de geometria (DANYLUK, 1998, p.20).

Observa-se que essas duas autoras concordam em que a alfabetização matemática não se relaciona apenas à leitura e à escrita de números, mas também à leitura e à escrita das primeiras noções de geometria.

Nessa direção, entendemos a alfabetização matemática não como mera decodificação de códigos, mas como a leitura e escrita com compreensão da linguagem matemática pelos estudantes. Cabe, aqui, a indagação de Carvalho (2005, p.102):

Inúmeras vezes em nossa vida nos perguntamos: para que mundo, nós, professores, estamos 'preparando' nossos alunos, se não lhes oferecemos uma alfabetização matemática suficiente para que decidam, de forma crítica, consciente e inteligente, a melhor maneira de agir e reagir diante da maioria dos acontecimentos cotidianos?

Se buscamos que os estudantes tomem decisões de maneira crítica, consciente e inteligente, precisamos, como professores, proporcionar uma alfabetização matemática adequada para a formação desses cidadãos. Sobre a questão do exercício da cidadania, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) trazem o que segue:

A compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais também dependem da leitura e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Ou seja, para exercer a cidadania, é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente, etc. (BRASIL, 2001, p.30).

Novamente tem-se a importância da leitura e interpretação, o que requer a compreensão dos conceitos matemáticos pelos estudantes. Como bem explica Gómez-Granell (2006, p.267):

O importante é que os alunos entendam ou construam o significado dos conceitos matemáticos. Isto é, trata-se de entender o significado das operações básicas (soma, subtração, multiplicação e divisão), do número fracionário ou decimal, da proporcionalidade, das relações geométricas, das transformações algébricas, etc. Tanto nos trabalhos realizados com a aquisição de conceitos como nos de resolução de problemas admite-se que as crianças manifestam, desde idades muito precoces, procedimentos e formas próprias de raciocínio, de caráter não formal – portanto, diferentes daqueles que a matemática propõe e ensina na escola –, que lhes permite ir construindo progressivamente os significados matemáticos. Partindo desse ponto de vista, o ensino da matemática deveria potencializar o uso de procedimentos dos próprios alunos, mesmo que não sejam de caráter formal.

De acordo com Gómez-Granell (2006), a linguagem não formal utilizada pelos estudantes permite que eles vão construindo os significados matemáticos. Cabe a nós, professores, introduzir e utilizar a linguagem matemática adequada para que eles possam conhecê-la e, a partir daí, utilizá-la.

Quando a linguagem matemática se refere especificamente à geometria, podemos, de acordo com Smole, Diniz e Cândido (2003), utilizar o termo linguagem geométrica. Segundo as autoras, a geometria possui uma linguagem espacial e uma linguagem geométrica. A linguagem espacial refere-se ao vocabulário correspondente às noções espaciais (deslocamentos, orientações e localização espacial). Já a linguagem geométrica está relacionada aos nomes de formas e termos geométricos mais específicos.

Apesar de se referirem a nomes e termos, essas autoras, assim como nós, acreditam que a dificuldade está no fato de os estudantes associarem o nome aos conceitos, aliando a representação ao significado.

Dessa forma, a linguagem geométrica de que estamos falando aqui requer um trabalho de alfabetização matemática de acordo com o que Danyluk (1991), Danyluk (1998) e Carvalho (2005) explicam, ou seja, a leitura e a escrita de símbolos matemáticos (no caso geométricos) com compreensão.

Assim, a linguagem geométrica está relacionada à leitura e à escrita das figuras geométricas com compreensão, ou seja, utilizando-se dos conceitos geométricos. Smole, Diniz e Cândido (2003, p.20) argumentam também:

É comum que os alunos criem nomes para o que não conhecem ou que troquem nomes de figuras uns pelos outros. A tarefa do ensino de geometria, nesse caso, é fazer a criança ter acesso à linguagem específica, o que não se consegue pela supressão de termos criados e utilizados por ela, e sim pela fala correta do professor quando a criança diz *bolinha* ou *redondinho* para se referir ao círculo, o professor respeita esse dizer, porém, ao se referir à figura, diz *círculo*.

Desse modo, a linguagem empregada pelos estudantes não deve ser desvalorizada, uma vez que, a partir dela, percebe-se que leitura está sendo realizada por eles no âmbito da geometria. Observando a resposta dos estudantes podemos identificar de que forma estão compreendendo essa linguagem, em especial algumas figuras geométricas (no caso, triângulos, quadriláteros, quadrados e retângulos). Considerando isso, busca-se, nesta pesquisa, observar manifestações orais e escritas de estudantes do Primeiro Ciclo do Ensino Fundamental, os quais estão em um período de alfabetização matemática, sobre algumas figuras geométricas.

## 2.2 O ENSINO DE GEOMETRIA NO PRIMEIRO CICLO

A geometria, como uma das linguagens da matemática, tem fundamental importância no currículo de Matemática e é um dos ramos mais antigos da Ciência Matemática, tendo se desenvolvido em face das necessidades humanas. Vale a pena conhecer a origem dessa palavra: "A origem da palavra Geometria vem do grego: geo provém de gaia/terra e metria de metrón/medida. Ela é comumente definida como ciência das figuras do espaço". (PIRES, 2000, p.22).



Alguns professores e estudantes desconhecem a fundamental importância do ensino da geometria na escola. Lorenzato (1995, p.5) justifica essa importância:

[...] sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações da vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida.

Apesar de não termos consciência, noções de espaço e forma estão presentes em nosso cotidiano. Lorenzato (1995, p.5) cita algumas dessas situações:

[...] as idéias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria.

Fainguelernt (1995, p.46) observa que desde os primeiros meses de vida intuitivamente as primeiras noções de Geometria já estão à nossa volta, já que a porta do quarto da criança é a abertura por onde alguém chega até ela, ou, ainda, ao engatinhar a criança vai descobrindo as possibilidades e impossibilidades de deslocamentos.

Sobre a importância do ensino de geometria na escola, cabe também citar Fainguelernt (1995, p.46), que apresenta bons motivos para ensiná-la:

A Geometria oferece um vasto campo de idéias e métodos de muito valor quando se trata do desenvolvimento intelectual do aluno, do seu raciocínio lógico e da passagem da intuição e de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização. [...] A Geometria também ativa as estruturas mentais, possibilitando a passagem do estágio das operações concretas para o das operações abstratas. É, portanto, tema integrador entre as diversas partes da Matemática, bem como campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar. [...] Ela desempenha papel primordial no ensino, porque a intuição, o formalismo, a abstração e a dedução constituem a sua essência.

Sendo tão relevante ensinar geometria, importa, segundo Pires (2000), conhecer alguns aspectos históricos do Ensino de Geometria no Brasil desde 1955, tomando como referência proposições curriculares.

De 1955 a 1965 a geometria trabalhada na escola era voltada principalmente para a aprendizagem da nomenclatura de linhas (curvas, retas, mistas, quebradas, pontilhadas) e figuras, além do cálculo de perímetros, áreas e volumes por meio da memorização de fórmulas (sem justificativas). Nesse período, ensinavam-se as figuras como objetos isolados do contexto matemático que acabavam tornando-se estereótipos, já que estas eram apresentadas praticamente em uma única posição, e quadrados e retângulos, por exemplo, sempre figuravam com as bases paralelas à página do livro ou do caderno.

De 1966 a 1975 houve grande influência do movimento da Matemática Moderna, principalmente no início desse período, e os aspectos geométricos foram pouco enfatizados, e pontos, retas e planos eram abordados dentro da teoria dos conjuntos. Na década de 1970 começaram a surgir propostas de trabalho a partir de experiências feitas pelos alunos. Nesse momento propôs-se não somente a exploração de figuras planas, mas também de figuras espaciais e atividades que envolviam, além da classificação de figuras, a composição, decomposição, simetrias, ampliações e reduções.

De 1976 a 1998 as propostas curriculares e artigos traziam a necessidade de resgatar o ensino de geometria nas escolas. Nesse momento buscou-se chamar a atenção para a importância do desenvolvimento de um pensamento geométrico, tão importante ao estudante quanto o pensamento aritmético ou algébrico. Os PCNs são publicados nesse período, reforçando a importância da Geometria no currículo de Matemática.

Em 1993, em seu artigo "O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e conseqüências", Regina Pavanello já trazia um pouco da história de como o ensino de geometria na escola veio sendo abandonado. Citou inclusive que a Lei n.º 5.692/71 contribuiu para esse abandono, já que concedeu flexibilidade às escolas sobre os programas das disciplinas.

Com isso, houve a possibilidade de que professores de Matemática deixassem de incluí-la em sua programação, já que se sentiam inseguros em trabalhar

Geometria. Outros professores, por sua vez, deixaram-na para o final do ano letivo, o que inconscientemente poderia ser visto como uma tentativa de utilizar a falta de tempo como desculpa.

Em virtude disso, a geometria ficava restrita aos últimos capítulos de livros didáticos e, muitas vezes, acabava não sendo trabalhada nos primeiros anos do ensino fundamental. Consequentemente, muitos dos atuais professores não tiveram contato com a geometria, ou este se deu de maneira breve, o que faz com que tenham dificuldades nessa área.

Atualmente, passado tanto tempo após as constatações de Pavanello em 1993, as observações de Barrantes & Blanco realizadas em 2004 ainda permanecem similares. Eles perceberam que a geometria ainda recebe uma atenção menor por parte de alguns professores do que conteúdos numéricos, sendo estes considerados mais acessíveis e importantes por alguns professores.

Gonçalves (2006, p.30) cita diversos autores, como Gálvez (1996)<sup>5</sup>, Guzmán (1993)<sup>6</sup>, Fainguelernt (1999)<sup>7</sup>, Pavanello (1996, 2002a, 2002b)<sup>8</sup> e Fonseca (2002)<sup>9</sup>,

---

<sup>5</sup> GÁLVEZ, G. A geometria, a psicogênese das noções espaciais e o ensino da geometria na escola primária. In: PARRA, C.; SAIZ, Irmã. **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

<sup>6</sup> GUZMÁN, M. de. **Enseñanza de las Ciencias y la Matemática**. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Editorial Popular. 1993. Disponível em: <<http://www.campus-oei.org/oeivirt/edumat.htm>>. Acesso em: 15 nov. 2002.

<sup>7</sup> FAINGUELERNT, E. K. **Educação matemática**: representação e construção em geometria. Piorto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

<sup>8</sup> PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências. **Revista Zetetiké**, v.1, n.1, p.7-17, 1996.

\_\_\_\_\_. Geometria: atuação de professores e aprendizagem nas séries iniciais. In: SIMPÓSIO DA PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2001, Curitiba. **Anais...** Curitiba: UFPR, 2002a., p.173-184.

\_\_\_\_\_. Formar professores para ensinar geometria: um desafio para as licenciaturas de Matemática. **Educação Matemática em Revista**. Licenciatura em Matemática um curso em discussão. SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, v.9, n.11, Edição Especial, 2002b.

<sup>9</sup> FONSECA, M. da C. F. R. *et al.* **O ensino da geometria na escola fundamental**: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

que discutem sobre a questão do ensino da geometria. Eles afirmam que o ensino desta está ausente ou quase ausente na sala de aula do ensino fundamental, sendo encontrado de modo fragmentado e isolado da aritmética e da álgebra, e apresentado como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas (GONÇALVES, 2006, p.30). Gonçalves concluiu ainda, em sua pesquisa, que Matemática não é a disciplina preferida dos professores, e que a Geometria é o conteúdo de Matemática que os professores menos gostam de ensinar, já que apenas um professor, dentre os 18 entrevistados, afirmou gostar de geometria (p.36).

Uma justificativa para o abandono do ensino da geometria pode estar relacionada à Geometria que os professores tiveram quando estudavam, como bem explica Dana (1994, p.141):

A decisão dos professores sobre a geometria a ser ensinada é profundamente influenciada pela geometria que eles tiveram (geralmente uma pincelada durante o primeiro grau, seguida de um curso com definições e demonstrações no segundo grau), por aquilo que está contido nos manuais escolares de uso corrente (muito pouco) e pelo que é exigido nos exames finais de seu nível (não muito). A mensagem de todas essas fontes geralmente é a mesma: a geometria é maçante, sem importância, irrelevante e inadequada para a escola elementar.

Porém, como bem observa Lorenzato (1995, p.4), "é preciso romper com esse círculo de ignorância geométrica", justificando que professores que não tiveram Geometria (ou tiveram muito pouco) não sabem como ensiná-la.

Gerdes (1992, p.13) menciona que os conceitos de número e de sistemas de numeração têm sido muito mais investigados, e acredita que a razão disso possa ser "o fato de o desenvolvimento do conceito de número estar mais vinculado ao aparato lingüístico e, por isso, poder constituir mais facilmente objeto de reflexão do que o de conceitos geométricos".

Apesar de não serem tão investigados como o sistema numérico, observa-se que os ENEMs (Encontros Nacionais de Educação Matemática) trazem várias pesquisas sobre a questão da geometria, como observou Andrade (2004). Em sua dissertação de mestrado, ele examinou as publicações dos Anais dos ENEMs analisando as

atuais tendências no ensino de Geometria no Brasil no período de 1987 a 2001, tendo identificado sete categorias para o ensino de Geometria: Geometria pelas Transformações, Relação Álgebra e Geometria, Geometria na Perspectiva Curricular e/ou Formação de Professores, Geometria numa Perspectiva Teórica, Geometria numa Perspectiva Histórica, Geometria Experimental e Geometria em Ambientes Computacionais. As duas últimas categorias foram tomadas como objeto de análise em sua pesquisa. Nela, ele indica o percentual de trabalhos referentes à geometria em cada um dos ENEMs, como se observa no quadro abaixo:

QUADRO 1 - TRABALHOS REFERENTES À GEOMETRIA

ENEM	ANO DE REALIZAÇÃO	LOCAL DE REALIZAÇÃO	PORCENTAGEM
I ENEM	1987	PUC - SP	19,2
II ENEM	1988	UEM - PR	20,0
III ENEM	1990	UFRN - RN	27,0
IV ENEM	1992	FURB - SC	18,5
V ENEM	1995	UFS - SE	23,0
VI ENEM	1998	UNISINOS - RS	20,0
VII ENEM	2001	UFRJ - RJ	19,8

FONTE: Adaptado de Andrade (2004)

Desde o início dos ENEMs, em 1987, observam-se trabalhos acadêmicos preocupados com o ensino da geometria na escola. Um grande número de trabalhos referentes ao ensino da geometria é apresentado em 1990, quando 27% deles estavam associados a esta temática.

Pesquisadores como Follador (2004), por exemplo, investigaram a forma como os alunos interpretam os desenhos que representam sólidos geométricos nos itens das provas de matemática do AVA (Programa de Avaliação do Sistema Educacional do Paraná). Para tanto, acompanhou oito alunos de escola pública e a forma como eles lidam com desenhos feitos no plano para representar figuras geométricas espaciais.

Lujan (1997), por sua vez, desenvolveu a dissertação "A geometria na 1.<sup>a</sup> série do 1.<sup>o</sup> grau: um trabalho na perspectiva de Van Hiele", sob a orientação da professora Lucila Diehl Tolaine Fini, da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Ela utilizou o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e

apoiou-se na Psicologia Genética de Piaget. Realizou algumas atividades geométricas com alunos em início de escolarização. Os sujeitos da pesquisa foram 44 alunos da 1.<sup>a</sup> série do 1.<sup>o</sup> grau, separados em um grupo experimental e em um outro de controle. Para a seleção dos estudantes não foram aplicados os testes de Van Hiele ou provas piagetianas. Os estudantes foram submetidos a um pré-teste, intervenção pedagógica e um pós-teste. Lujan concluiu que os estudantes da 1.<sup>a</sup> série podem adquirir conceitos geométricos se a proposta de trabalho pedagógico for condizente com o nível cognitivo dos educandos. Ela identificou a troca de nomes das figuras geométricas pelos estudantes, como: triângulo por retângulo e vice-versa. Observou também que alguns não compreendiam a diferença entre quadrado e retângulo, e, ainda, que o quadrado era a figura mais conhecida e o triângulo a menos conhecida. Em sua pesquisa, traz atividades que podem ser desenvolvidas com as crianças dessa faixa etária.

A preocupação com a importância do ensino de geometria também pode ser verificada em documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 2001, p.55).

Os PCNs trazem o conteúdo de geometria em dois blocos: "Espaço e Forma" e "Grandezas e Medidas". No bloco "Espaço e Forma", a geometria é destacada como sendo de grande importância no currículo de Matemática, já que através dela o estudante pode desenvolver a compreensão do mundo em que vive, aprende a descrevê-lo, a representá-lo e a se localizar nele. O bloco de "Grandezas e Medidas" apresenta ao estudante a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano, trazendo atividades envolvendo as noções de grandezas e medidas, favorecendo uma melhor compreensão dos conceitos relativos ao espaço e às formas. Além disso, os PCNs mencionam a contribuição do trabalho com as noções geométricas: "O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula

a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa". (BRASIL, 2001, p.56).

Tal afirmação evidencia o quanto é fundamental que o professor perceba a importância da geometria na construção do conhecimento, repensando o ensino desta desde os primeiros anos do ensino fundamental. Pirola e Brito (2005, p.91) argumentam que a geometria não deve ser trabalhada isoladamente, mas que "o ensino de Geometria deve ser um trabalho contínuo em todas as séries, integrando com o ensino dos números e medidas".

As Diretrizes Curriculares para a Educação Municipal de Curitiba, de modo semelhante aos PCNs, trazem como objetivo do Primeiro Ciclo<sup>10</sup> do ensino fundamental: "Identificar formas tridimensionais e bidimensionais em diferentes contextos, percebendo semelhanças e diferenças entre os objetos do espaço e do plano, fazendo descrições orais, construções e representações". (CURITIBA, 2006, p.260). Dessa forma, já nos primeiros anos do ensino fundamental os estudantes das escolas municipais de Curitiba têm contato com sólidos geométricos e figuras bidimensionais, o que gerou em nós curiosidade em explorar o conhecimento que esses estudantes têm das formas geométricas.

Edna Gonçalves, em seu artigo "A Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental", traz mais alguns aspectos sobre a importância do ensino da geometria:

A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema porque estimula a exploração do mundo físico por meio da observação, da percepção de semelhanças e diferenças, regularidades e irregularidades, permitindo compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive, contribuindo para a aprendizagem de outros ramos da matemática (GONÇALVES, 2006, p.37).

Em face da relevância de ensinar geometria desde os primeiros anos do ensino fundamental, propostas pedagógicas foram elaboradas demonstrando essa

---

<sup>10</sup> O Primeiro Ciclo é composto pelo primeiro, segundo e terceiro anos do ensino fundamental de nove anos.

importância e trazendo conteúdos de maneira mais clara. Por exemplo, já na década de 80, o Projeto Fundação (IM/UFRJ) propôs o Curso Básico de Geometria como um curso semipresencial de três módulos para professores de todo o Estado do Rio de Janeiro, uma vez que identificaram a necessidade, por parte dos professores, de aprimorar sua formação em geometria. Como o curso foi concluído com êxito, a equipe acreditou que esse poderia ser realizado a distância por profissionais interessados, de maneira individual, utilizando o material por eles elaborado, o qual traz resultados de pesquisas desenvolvidas com professores e licenciandos. As coordenadoras foram as professoras Lílian Nasser e Lucia Tinoco, com a colaboração de mais oito professores. O material traz os conceitos básicos da geometria euclidiana, sendo explorados os aspectos conceituais e didáticos através de atividades e questionamentos.

Além desse material, o Projeto Fundação traz também outras publicações, dentre elas "Geometria segundo a teoria de Van Hiele", já que a tese de doutorado da professora Lílian Nasser trata da aplicação da teoria de Van Hiele para melhorar a aprendizagem da geometria em turmas de 7.<sup>a</sup> série. Apesar de esta pesquisa ter sido realizada em 1992, a proposta apresentada está de acordo com os PCNs, que foram lançados pelo MEC (Ministério da Educação) em 1998.

A teoria de Van Hiele, ou o modelo Van Hiele de pensamento geométrico, foi criado pelos educadores holandeses Pierre Marie van Hiele e por sua esposa Dina van Hiele-Geldof. Eles estavam interessados, no início, em descobrir caminhos para desenvolver a compreensão de seus alunos do curso secundário na Holanda. Esse modelo de pensamento geométrico surgiu devido aos trabalhos de doutoramento de ambos, finalizados simultaneamente na Universidade de Utrecht. Pierre esclareceu, aperfeiçoou e promoveu a teoria, já que Dina faleceu logo após terminar sua tese. O trabalho não recebeu atenção internacional imediatamente, exceto na União Soviética, onde o currículo de Geometria foi reformulado na década de 1960, adaptando-se ao modelo de Van Hiele. De acordo com o modelo, os estudantes progridem segundo uma sequência de níveis de pensamento (visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor) durante a aprendizagem da geometria. O progresso para um



próximo nível está relacionado não à idade ou maturação, mas à vivência de atividades adequadas para o nível. É importante que o professor tenha uma grande preocupação pedagógica com o método de ensino, com a organização do conteúdo a ser ministrado e com a proposição de atividades a serem desenvolvidas pelos estudantes. Segundo a teoria, pode não haver compreensão se o nível de atividades propostas for mais elevado do que aquele em que o estudante se encontra. A teoria de Van Hiele, em si, não será utilizada na presente pesquisa, pois não estamos preocupadas em observar ou analisar níveis de aprendizagem, tampouco em nivelar o pensamento dos estudantes. O que fizemos foi utilizar o teste básico proposto nessa teoria. Além de serem atividades previamente testadas, vêm ao encontro do que buscamos observar.

Diante da importância de trabalhar o ensino de geometria desde os primeiros anos, deve-se buscar alternativas para que este não seja uma simples memorização de nomes e fórmulas.

Smole, Diniz e Cândido (2003) apresentam sugestões para o trabalho com estudantes desde a Educação Infantil, mediante atividades que proporcionem a ampliação da linguagem, levando-os a relacionar cada palavra ao seu significado.

É através de atividades de deslocamentos, orientações e localização espacial que as crianças adquirem noções espaciais e desenvolvem um vocabulário correspondente a elas, como, por exemplo, direita, esquerda, em frente, acima, abaixo, ao lado, entre, etc. (SMOLE; DINIZ; CÂNDIDO, 2003, p.20).

Lopes e Nasser publicaram o livro *Geometria na era da imagem e do movimento*, que contém várias atividades para o ensino de geometria nos primeiros anos do ensino fundamental (LOPES; NASSER, 2005). Nesse material, as autoras sugerem que o ensino de geometria tenha início pelas figuras tridimensionais e, a partir destas, sejam introduzidas as figuras planas. Da mesma forma, Fonseca *et al.* (2002, p.46-47) explicam que o ensino das formas geométricas planas deve ser "precedido da exploração do espaço físico, do espaço real com o qual a criança tem contato". Os PCNs também citam a importância de iniciar o trabalho com os objetos

tridimensionais, já que "ela [a criança] constrói suas primeiras noções espaciais por meio dos sentidos e dos movimentos" (BRASIL, 2001, p.126).

Nasser e Tinoco (2006, p.14) explicam que depois da familiarização com os sólidos geométricos já é possível reconhecer as figuras planas como partes de objetos concretos. Para eles, o estudo das figuras planas é importante porque estas auxiliarão numa retomada da geometria espacial em nível mais aprofundado. Ressaltam ainda que, após o trabalho com alguns sólidos geométricos e figuras planas formadas por estes, é fundamental fazer a distinção entre figuras planas e espaciais e estabelecer semelhanças e diferenças entre pares de figuras geométricas.

Muitos estudantes nos primeiros anos confundem figuras planas e espaciais e, segundo Nacarato e Passos (2003), essa confusão entre conceitos geométricos pode ocorrer devido ao uso incorreto de alguns materiais manipuláveis. Elas citam os blocos lógicos, que são objetos tridimensionais e que normalmente são utilizados para exemplificar figuras planas (círculo, quadrado, triângulo e retângulo). Com isto, o estudante tem mais dificuldade em compreender os conceitos geométricos e fazer a distinção entre figuras planas e sólidos geométricos.

Encontramos contribuições significativas quanto ao ensino de geometria em Fischbein (1993)<sup>11</sup>, citado por Nacarato e Passos (2003). Ele desenvolveu pesquisas em relação ao conceito figural, cujos resultados contribuem para o estudo de figuras geométricas. Fischbein destaca algumas características relacionadas à natureza conceitual das figuras geométricas. Dentre elas, ele ressalta que somente em um sentido conceitual é possível considerar a perfeição de entidades geométricas como linhas, círculos, quadrados, cubos etc. Nacarato e Passos (2003, p.63) explicam o que Fischbein considera como conceitos figurais:

---

<sup>11</sup> FISCHBEIN, E. The Theory of Figural Concepts. In: **Education Studies in Mathematics 24**. Netherlands: Kruwer Academic Publishers, 1993. p.139-162.

Assim, os objetos de investigação e manipulação no raciocínio geométrico são entidades mentais chamadas de conceitos figurais, que refletem propriedades espaciais (formas, posição, magnitude) e que, ao mesmo tempo, possuem qualidades conceituais, como idealidade, abstração, generalidade, perfeição.

Assim, o conceito figural é uma realidade mental que revela propriedades figurais, porém sem quaisquer propriedades concretas sensoriais. Fischbein coloca ainda que sem a imagem, que é controlada por uma definição, "a geometria não existiria como um ramo da Matemática" (*apud* NACARATO; PASSOS, 2003, p.64).

Fischbein (*apud* NACARATO; PASSOS, 2003, p.63) chama a atenção para

a necessidade de se considerar, com propriedade, três categorias de entidades mentais quando se faz referência a figuras geométricas: a definição, a imagem (baseada na experiência perceptivo-sensorial, como a imagem de um desenho) e o conceito figural.

Pires, Curi e Campos (2000, p.36) ressaltam a diferença entre *desenho* e *figura geométrica*: "O desenho é uma representação gráfica de um objeto matemático. A figura geométrica já é um objeto matemático ideal, isto é, uma criação mental do espírito".

De maneira análoga, Maia (2000, p.26 e 27) cita Vergnaud & Laborde (1994)<sup>12</sup>:

"A figura geométrica é um objeto ideal, do qual os desenhos concretos, que se possa fazer, são apenas representações imperfeitas." (Platão, citado por Arsac, op. cit.). A figura é, assim, o objeto abstrato que serve de substrato para o raciocínio, para o pensamento, enquanto tal, pode ser identificada ao objeto da teoria. O desenho, por sua vez, é a materialização sobre uma folha de papel, uma tela de computador, etc. O desenho é um modelo da figura. A figura permite a determinação de propriedades, estabelecendo instrumentos de generalização, o desenho refere-se ao objeto concreto que se representa na folha de papel. Importante ressaltar que se a passagem do desenho à figura pode ajudar a situar a geometria na fronteira do sensível e do inteligível, o desenho pode também ser um obstáculo à figura pela atração perceptiva que ele oferece.

Percebemos, pela descrição anterior, que a expressão figura geométrica associa-se ao que Fischbein chamou de conceitos figurais. Desta forma, ao nos

---

<sup>12</sup> VERGNAUD, G.; LABORDE, C. L'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. In: VERGNAUD, G. (Org.). **Apprentissages et didactiques où en est-on**. Paris: Hachette, 1994.

referirmos às representações realizadas pelos estudantes estaremos tratando-as como desenhos, e não como figuras geométricas.

A facilidade do reconhecimento, pelos estudantes, de figuras planas elementares é relatada por Fonseca *et al.* (2002, p.46):

De fato, as figuras planas elementares (quadrado, retângulo, triângulo e círculo) são facilmente reconhecidas e nomeadas pelas crianças. São formas que fazem parte do espaço real onde a criança se encontra, pois são comumente usadas nas construções e nos objetos. No entanto, as figuras planas são idealizações, já que elas não possuem espessura; portanto, o que as crianças podem *perceber* são representações dessas formas.

Esse reconhecimento, porém, muitas vezes ocorre por serem protótipos (modelos). Nasser e Tinoco (2006) explicam que os estudantes em geral utilizam esses protótipos para considerar se a figura pertence ou não a uma classe, em vez de utilizar a definição. De maneira análoga, Nacarato e Passos (2003), Fonseca *et al.* (2002), Smole, Diniz e Cândido (2003), assim como os Van Hiele, consideram que as figuras geométricas são inicialmente reconhecidas por sua forma como um todo, e não por suas propriedades.

Hershkowitz (1994) cita Vinner e Hershkowitz (1983)<sup>13</sup> e Hershkowitz, Vinner e Bruckheimer (1987)<sup>14</sup>, que descobriram que cada conceito possui um (ou mais) **exemplo-protótipo**. Ela explica que estes exemplos-protótipos existem na imagem conceitual da maioria dos sujeitos. Explica ainda que:

Os exemplos-protótipos geralmente são o subconjunto de exemplos que possui 'a maior listagem' de atributos – todos os atributos críticos do conceito e mais ainda aqueles atributos (não-críticos) específicos que possuem fortes características visuais: por exemplo, o triângulo-retângulo com ângulo reto em orientação vertical, os lados e ângulos iguais do quadrado como exemplo de um quadrilátero, a altura interna de um triângulo e as diagonais internas de um polígono (HERSHKOWITZ, 1994, p.17).

---

<sup>13</sup> VINNER, S.; HERSHKOWITZ, R. On concept formation in geometry. **ZDM**, v.83, n.1, p.20-25, 1983.

<sup>14</sup> HERSHKOWITZ, R.; BRUCKHEIMER, M.; VINNER, S. Activities with teachers based on cognitive research. In M. M. Lindquist & A. P. Shulte (Eds.). *Learning and teaching geometry K-12*. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics, 1987. p.222-235.

Acreditamos, assim como os autores anteriormente citados, que o estudante precisa ultrapassar a fase de manipulação de protótipos e perceber as propriedades e definições das figuras geométricas. Para que isso ocorra, o professor tem um papel fundamental: precisa apresentar figuras de formatos variados, evitando um mesmo protótipo. Por exemplo: ao representar um triângulo qualquer é preciso evitar representá-lo sempre como um triângulo isósceles ou equilátero para que os estudantes observem a definição e as propriedades da figura e deixem de utilizar protótipos para identificá-la. Além disso é necessário que o professor, oferecendo exemplos e contraexemplos, proporcione situações variadas onde o estudante possa observar o conceito de maneira completa.

Ademais, Hershkowitz (1994) explica que as crianças se apropriam dos conceitos geométricos através de experiências de aprendizagem na escola (de maneira estruturada) ou, ainda, com os pais, vizinhança, por meio de jogos etc. (de maneira não estruturada). Estas estratégias de ensino, segundo a autora, apresentam algumas características:

(a) falta de completude, na qual apenas parte dos exemplos e atributos são apresentados; (b) falta de consciência, como também ausência do conhecimento da existência de elementos adicionais (Hershkowitz et al., 1987) por parte do professor ou até mesmo dos livros didáticos (ou material didático); (c) falta de consciência das dificuldades do aluno e dos conceitos errôneos na construção destes conceitos; e (d) generalização dos atributos do conceito (definições) realizada (se tanto) pelo professor ou pelo material pedagógico, com o aluno sendo visto meramente como um simples receptor passivo (HERSHKOWITZ, 1994, p.20).

Pavanello (2004) observou os trabalhos de Hoffer (1983)<sup>15</sup>, que aplicou atividades com alunos de diferentes níveis de ensino, e verificou que:

[...] não conseguiam identificar figuras simples ou tinham idéias erradas quanto ao significado das palavras usadas para designá-las. Muitos alunos ligavam o termo triângulo ao triângulo equilátero com um lado paralelo à linha de visão, mas hesitavam em dar esse nome aos escalenos, nos quais o

---

<sup>15</sup> HOFFER, A. Van-Hele-based research. In: LESH, R.; LANDAA, M. **Acquisition of mathematics concets and processes**. New York: Academic Press, 1983.

comprimento de um lado era muito maior que a altura correspondente a ele. Ou então chamavam de triângulos figuras cujos lados eram curvos para fora ou para dentro, parecendo fixar sua atenção mais nos três pontos do que nas linhas que formavam a figura (PAVANELLO, 2004, p.132).

Pavanello (2004) realizou, de maneira semelhante a Hoffer (1983), uma pesquisa em três escolas públicas de Maringá, no Paraná, com 180 estudantes de 2.<sup>a</sup>, 3.<sup>a</sup> e 4.<sup>a</sup> séries do ensino fundamental (20 de cada série por escola) e professores das classes desses estudantes. Em sua pesquisa, observou que apesar de professores e estudantes definirem um triângulo como "uma figura de três lados", não parecia a eles incorreto que algumas figuras com três lados pudessem não ser triângulos, reconhecendo somente os equiláteros e isósceles como tal. Ela explica ainda que: "[...] em muitos casos, os triângulos equiláteros e isósceles eram designados como triângulos 'verdadeiros' enquanto outras figuras fechadas com três lados não eram assim consideradas" (p.133).

Um fato, na pesquisa, chamou sua atenção:

Um resultado importante da pesquisa foi constatar que alunos de séries diferentes não apresentavam desempenhos significativamente diferentes, como seria de se esperar. Isto indica, de certo modo, que o trabalho realizado com a geometria deve ser praticamente o mesmo nessas séries, tanto em relação ao conteúdo estudado, quanto ao aprofundamento das idéias geométricas (PAVANELLO, 2004, p.135).

Esse fato é preocupante, pois só demonstra que o trabalho com os conteúdos geométricos precisa ser retomado, e de maneira diferencial.

Pirola e Brito (2005), em uma amostra realizada com 60 estudantes do ensino médio de uma escola pública de São Paulo, observaram o que segue:

Nesta amostra, foi possível verificar que muitos alunos chegaram ao colegial sem o conhecimento dos atributos definidores das figuras básicas da geometria. É provável que as figuras geométricas tenham sido ensinadas separadamente umas das outras e sem uma relação entre seus atributos definidores. Isto pode ter levado os alunos a não reconhecer, por exemplo, um quadrado como retângulo e paralelogramo, pois não foram capazes de incluir o conceito na sua classe. Pelas respostas dos alunos, pôde-se inferir que a classificação das figuras geométricas não foi aprendida (PIROLA; BRITO, 2005, p.93).

Pirola e Brito (2005) acrescentam ainda alguns motivos pelos quais o ensino dos conceitos em geometria constituem um grande problema, utilizando para isso o modelo de formação conceitual proposto por Klausmeier (1977)<sup>16</sup>. O fato de a geometria ser um dos últimos assuntos apresentados em muitos livros didáticos e os professores alegarem não terem tempo para trabalhar esse conteúdo é um deles. Um segundo motivo seria a pouca relação apresentada aos estudantes entre a álgebra e a geometria, o fato de os conceitos serem apresentados apenas com o uso de definições, bem como a grande quantidade de exercícios avaliar apenas a habilidade de trabalhar com regras e fórmulas e não com a aprendizagem do conceito. Uma terceira razão é a desvinculação entre as figuras planas e as construções executadas com os instrumentos geométricos, já que o professor, muitas vezes, acaba dando uma ênfase maior ao cálculo e abdicando do uso da régua e do compasso. A quarta razão refere-se à desvinculação entre a geometria plana e a espacial. Alguns documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares ou as Diretrizes Curriculares para a Educação Municipal de Curitiba, já trazem a proposta de relacionar o trabalho com a geometria espacial à geometria plana, sugerida também por Nacarato e Passos (2003) e Fonseca *et al.* (2002). O ensino da geometria de forma isolada, sem o estabelecimento de elos e relações com outras ciências, como a astronomia e a engenharia, por exemplo, é o quinto motivo. Afinal, é importante que o exercício tenha significado para o estudante. O sexto motivo refere-se ao fato de muitos professores se apoiarem unicamente nos livros didáticos, em suas aulas, deixando de buscar atividades diferenciadas para uma aprendizagem efetiva. Acrescente-se, ainda, que o número de exemplos e não-exemplos do conceito que se está trabalhando é muito reduzido, e os não-exemplos quase não aparecem nos textos e nas aulas de geometria. Isto propicia que os exemplos-protótipos citados por Hershkowitz (1994) permaneçam, e que os conteúdos da geometria escolar não sejam compreendidos conceitualmente.

---

<sup>16</sup> KLAUSMEIER, H. J. **Manual de psicologia educacional**: aprendizagem e capacidades humanas. Traduzido por Maria Célia Teixeira Azevedo de Abreu. São Paulo: Harper e Row, 1977.

Pirola e Brito (2005, p.91 e 92) observaram também que embora muitos triângulos fossem apresentados aos estudantes de uma quinta série, grande parte deles identificava como triângulo somente aqueles que tinham o aspecto de um triângulo acutângulo isósceles, e que triângulos obtusângulos não eram facilmente identificados por eles. Relataram ainda que o ensino das figuras planas tem valorizado o aspecto visual, em vez das características mais relevantes das figuras geométricas:

Foi constatado, em observações realizadas em uma sala de aula onde o professor ensinava alguns tópicos de geometria, que alguns alunos conseguiam lembrar-se da figura 'losango' e desenhá-la. Entretanto, quando questionados a respeito das características dessa figura, não conseguiram defini-la em termos de seus atributos criteriosais definidores (PIROLA; BRITO, 2005, p.87 e 88).

Com isso, identifiquei a importância de observar como os estudantes estão compreendendo as características de algumas figuras planas, o que me levou a optar, nesta pesquisa, por realizar essa observação, recorrendo a conversas informais com alguns estudantes. Nasser e Tinoco (2006) ressaltam a importância de que o professor busque formas de incentivar a maior argumentação por parte dos estudantes, os quais devem justificar seus métodos de resolução para que, mais tarde, possam dominar o processo dedutivo. Explicam, também, que "devemos prepará-los para compreender demonstrações que lhes são apresentadas pelo professor ou nos livros-texto, e até para fazer suas próprias justificativas" (p.70).

Pirola e Brito (2005, p.99) complementam:

Ao ensinar os conceitos de triângulo e de paralelogramo o professor precisa, em primeiro lugar, identificar o nível no qual o aluno se encontra com relação a esses conceitos, pois isso dará uma boa 'pista' sobre a dificuldade ou facilidade que os estudantes terão para interagir com esse conceito e construí-los nos níveis sucessivos de dificuldade. É muito importante, também, que o professor torne disponível o conhecimento que o estudante dispõe a respeito destas duas figuras, em termos de exemplos, não-exemplos e atributos definidores. Também é de grande auxílio, para quem ensina, verificar se o aluno consegue identificar a taxonomia à qual o conceito pertence, possibilitando a ele estabelecer as relações supra-ordenadas e subordinadas.



Considerando o até aqui exposto, buscamos observar manifestações orais e escritas de estudantes do Primeiro Ciclo do Ensino Fundamental, os quais estão em processo de alfabetização matemática, sobre algumas figuras geométricas, sendo elas triângulos, quadriláteros, quadrados e retângulos.

### 3 METODOLOGIA DE PESQUISA

A presente pesquisa é qualitativa com enfoque interpretativo, em que não estamos buscando aqui possíveis generalizações, mas uma análise das diferenças e possibilidades de diálogo entre as diferentes respostas dos estudantes. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), entendemos que há uma aproximação fenomenológico-hermenêutica pois "parte do pressuposto de que a solução dos problemas educacionais passa primeiramente pela busca de interpretação e compreensão dos significados atribuídos pelos envolvidos (os sujeitos que experienciam o fenômeno)". (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.65). A pesquisa foi realizada em uma escola de período integral da Prefeitura Municipal de Curitiba, com 6 estudantes do 1.º, 2.º e 3.º anos do ensino fundamental. Os estudantes selecionados permanecem oito horas na escola, tendo feito as atividades individualmente, no período da tarde, nos dias 26 e 27 de março de 2009. O 1.º, 2.º e 3.º anos citados fazem parte do ensino fundamental de 9 anos que a Prefeitura Municipal de Curitiba passou a oferecer a partir de 2007. Nesse ano, puderam frequentar o 1.º ano todas as crianças que completassem 6 anos até o final do ano. Sendo assim, no ano de 2009 as escolas já possuem turmas de 1.º, 2.º e 3.º anos do ensino fundamental de 9 anos. Esses estudantes foram escolhidos a critério da escola (diretora e professoras). A escolha feita pela escola não interfere na pesquisa, já que se busca observar manifestações orais e escritas de estudantes em processo de alfabetização matemática sobre algumas figuras geométricas (triângulos, quadriláteros, quadrados e retângulos). A solicitação feita pela presente pesquisadora foi de que os estudantes não tivessem vergonha de falar.

As atividades foram realizadas individualmente. Na atividade 1 perguntou-se a cada um dos estudantes se eles sabiam o que era uma determinada figura geométrica (no caso: triângulo, quadrilátero, quadrado e retângulo). A partir da resposta do estudante pediu-se que ele fizesse o desenho da figura citada. Por exemplo: "Você sabe o que

é um triângulo? Então desenhe para mim um triângulo". Após o desenho, solicitou-se que desenhasse a mesma figura geométrica, porém de maneira diferente da anterior. Se esta diferença estivesse relacionada apenas ao tamanho, seria pedido a ele que desenhasse essa figura de maneira diferente das anteriores, e que esta diferença não fosse apenas no tamanho. Em seguida, foi solicitado ao estudante que explicasse por que fez aquele desenho representando um quadrado, por exemplo. A justificativa dele foi de fundamental importância para verificar se o desenho feito por ele representava um protótipo ou se tinha conhecimento de algumas das propriedades da figura geométrica em questão. A partir desta atividade, alguns indicadores do processo de alfabetização matemática podem ser observados: o estudante, ao ouvir a nomenclatura da figura geométrica que lhe foi solicitada, fez a representação adequada? Quando fez o desenho, tentou representá-lo de modo diferente? Quando o representou, no que consistiu esta diferença?

Após o desenho por parte dos estudantes, foi realizada a atividade 2, que é uma das atividades sugeridas pelo modelo de Van Hiele<sup>17</sup>, o teste básico. Embora o teste básico de Van Hiele seja citado aqui, sua teoria não será utilizada na presente pesquisa, já que o que se pretende avaliar não é o nível de pensamento dos estudantes, mas como eles estão compreendendo algumas figuras geométricas. A opção por uma das atividades do teste de Van Hiele se deve à possibilidade de se utilizar um instrumento já previamente testado que vem ao encontro do que buscamos observar.

---

<sup>17</sup> Os educadores holandeses Van Hiele (Dina van Hiele-Geldof e seu marido Pierre Marie van Hiele) estavam interessados, no início, em descobrir caminhos para desenvolver a compreensão de seus alunos do curso secundário na Holanda. O modelo Van Hiele de pensamento geométrico pode orientar a formação ou, ainda, avaliar as habilidades dos estudantes.

TESTE DE VAN HIELE

Nome: ..... Turma: ..... Idade: .....

1- Assinale o(s) triângulo(s):

A B C D E

2- Assinale o(s) quadrado(s):

P Q R S T

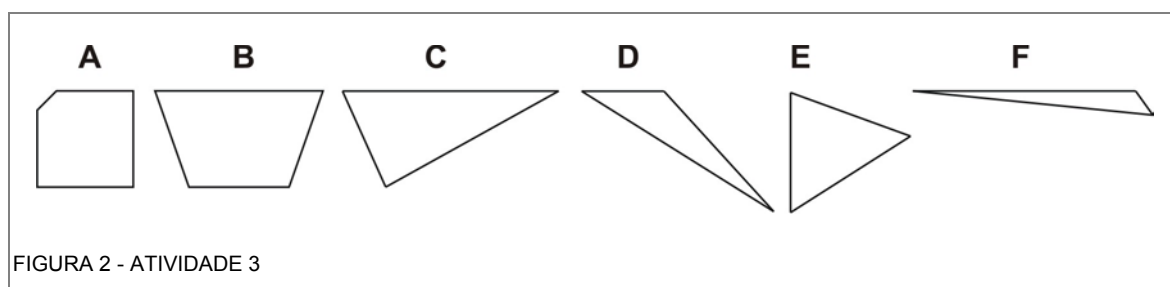
3- Assinale o(s) retângulo(s):

U V X Y Z

FIGURA 1 - ATIVIDADE 2

A partir desta atividade observou-se como se dá a manifestação dos estudantes frente a cada um dos desenhos apresentados, já que, após contornarem os desenhos solicitados, os estudantes foram justificando por que os demais não haviam sido contornados. Com base nas respostas apresentadas por eles pôde-se observar como eles compreendem o triângulo, o quadrilátero, o quadrado e o retângulo, verificando-se, assim como explicaram Nasser e Tinoco (2006), Nacarato e Passos (2003), Fonseca *et al.* (2002), Smole, Diniz e Cândido (2003), que estes estudantes só reconhecem os desenhos utilizando o que Hershkowitz (1994) chamou de exemplos-protótipos.

Essas duas atividades foram aplicadas em estudantes do 1.º ano do ensino fundamental em um estudo-piloto, chamado aqui de ensaio. O ensaio, relatado a seguir, foi realizado em uma escola particular de Curitiba no mês de outubro de 2008. Percebeu-se, por este ensaio, que somente com as atividades citadas até o momento não se tinha claro como os estudantes compreendiam cada uma das figuras. Pensando nisso, elaborou-se uma folha de atividade (atividade 3) com seis desenhos para nova investigação, em que os estudantes tiveram que responder se cada um daqueles desenhos era ou não quadrado, retângulo e triângulo, respectivamente, justificando suas respostas.



Assim como no ensaio, na presente pesquisa esta folha de atividade também foi realizada, com o objetivo de verificar as justificativas dos estudantes e como eles compreendiam cada uma das figuras em questão (quadrado, retângulo e triângulo).

É importante ressaltar que as respostas dos estudantes foram de fundamental importância para percebermos como eles estão compreendendo as figuras planas apresentadas, e se a sua argumentação trazia alguma justificativa fundamentada. Buscou-se verificar, aqui, não a simples memorização de definições de figuras planas que eles têm, mas sim que compreensão cada um deles tem sobre as figuras apresentadas.

Procurou-se também que os estudantes explicassem, sem se utilizarem do desenho, o que consideravam ser um triângulo, um quadrado e um retângulo. Dessa maneira, tiveram que explicar o que é um triângulo, um quadrado e um retângulo a alguém que não soubesse como é cada uma dessas figuras. Eles não poderiam utilizar-se do desenho, somente de palavras. Em face das explicações dos estudantes, pudemos observar mais detalhadamente como eles compreendem as figuras citadas, já que, num processo de alfabetização matemática, estariam elaborando os próprios conceitos de cada uma delas.

O enfoque maior foi dado à explicação dos estudantes e se suas justificativas apresentavam argumentos baseados somente na observação de protótipos ou se já mostravam ter compreensão de conceitos geométricos. Essa possibilidade de argumentação e a observação dos procedimentos utilizados pelos estudantes para apresentar uma resposta são incentivadas por Gonzalez e Brito (2005, p.224):

Em muitas salas de aula, é observado que apenas as respostas certas dos alunos são aquelas passíveis de recompensa, sendo dada pouca ou nenhuma atenção aos diferentes procedimentos que o estudante usa para resolver um problema. Ocorrendo situações como essa, o ensino pode apresentar um desvio, pois é enfatizado apenas o produto final e não o processo. Embora a resposta final correta seja desejável, o excesso de cobrança e punição quando ocorrem as respostas erradas acabam gerando atitudes negativas e alta ansiedade durante provas e exames.

Desse modo, buscou-se a observação por diversos caminhos: por desenhos, pela visualização e pela linguagem oral. Procurou-se, com isso, observar a compreensão que estudantes em processo de alfabetização matemática em geometria demonstram ter do conceito de algumas figuras geométricas, sendo elas triângulos, quadriláteros, quadrados e retângulos.

## 4 ESTUDO DAS MANIFESTAÇÕES DOS ESTUDANTES

### 4.1 UM ENSAIO

Para sanar algumas das possíveis dúvidas de aplicação e respectiva validação das atividades como instrumento desta pesquisa, decidiu-se realizar um projeto-piloto com estudantes de mesma faixa etária dos futuros sujeitos. Buscou-se então uma escola particular de Curitiba, que gentilmente se dispôs a colaborar com a pesquisa. Participaram das atividades três estudantes do 1.º ano (chamados de G, M e R), que realizaram as atividades propostas individualmente, em duas datas: 10 e 23 de outubro de 2008. A estudante G nasceu no dia 03 de fevereiro de 2002; a estudante M não soube dizer o dia de seu aniversário, somente que já havia completado 6 anos; e o estudante R nasceu dia 31 de outubro de 2002. A diretora pedagógica da escola considerou importante relatar que a estudante M é hiperativa e apresenta dificuldade de concentração e argumentação. As atividades realizadas nas duas datas encontram-se relatadas nos Apêndices.

No dia 10 de outubro foram realizadas as atividades 1, 2 e a identificação de desenhos na sala onde estávamos. Os estudantes realizaram as atividades individualmente em uma sala de aula. Na primeira atividade foi solicitado a eles que desenhassem a figura que lhes era pedida, oferecendo-lhes uma folha e um lápis. Nesta atividade os estudantes mostraram ter a ideia do que é cada figura, porém não souberam citar algo que a caracterizava como tal. Observou-se também que os estudantes, quando solicitados a desenhar uma figura de maneira diferente, viravam a folha, mudando a posição da folha da vertical para a horizontal. Os estudantes G e R não quiseram desenhar uma terceira figura de maneira diferente, dizendo não saber como representá-la. Nesta atividade, não souberam justificar por que haviam feito aquele desenho para representar a que havia sido solicitada. A estudante M apresentou respostas como: "porque é legal" ou "porque é animado". Em conversa com a diretora pedagógica, esta explicou que esse tipo de resposta por parte da estudante

é usual quando deseja evitar responder a questões que não saiba. A estudante G trocou o retângulo por triângulo nesta atividade. No momento não houve qualquer interferência por parte da pesquisadora, buscando verificar se se tratava somente de uma confusão de nomenclatura e se ela saberia justificar alguma das propriedades de cada uma das figuras. Observou-se, no decorrer desta atividade, que a estudante não percebeu a troca e considerou, talvez pela ausência de interferência da pesquisadora, que estava correta. Ela não soube justificar os desenhos realizados com alguma propriedade das figuras. Ao representar um retângulo diferente (quando solicitou a essa que representasse um triângulo diferente), ela relatou que faria "de lado". O estudante R, em sua justificativa, explicou que aquele desenho era um triângulo "Porque vai ser uma casa". A mesma justificativa foi apresentada quando explicou por que o desenho era um quadrado. Num segundo momento (no dia 23/10/2008), pediu-se ao estudante que explicasse por que o quadrado e o triângulo representavam uma casa, bem como que mostrasse, através de um desenho, a representação da casa apresentada por ele. Enquanto desenhava, foi explicando onde estava cada uma das figuras (o triângulo e os quadrados). Essa atividade não nos revelou muito sobre as justificativas apresentadas pelos estudantes, mas contribuiu para percebermos se os estudantes reconhecem as figuras geométricas pela nomenclatura. Além disso, foi de grande importância verificar que, quando solicitamos que os estudantes representassem a mesma figura de uma forma diferente, eles viravam a folha da vertical para a horizontal para representá-la.

Aplicou-se então a atividade 2. Cada questão era lida pela pesquisadora e os estudantes respondiam ao que era solicitado e circulavam<sup>18</sup> os desenhos em seguida. A primeira questão solicitava que os estudantes circulassem os triângulos. Os três estudantes circularam os triângulos B e E, porém não reconheceram o triângulo C como tal. Surgiram, então, algumas dúvidas: será que os estudantes não

---

<sup>18</sup> Apesar de utilizarmos o termo 'circular', estamos nos referindo, na presente pesquisa, ao ato de contornar os desenhos.



identificam triângulos obtusângulos como tal? E se aparecesse um triângulo em que a base não estivesse paralela à margem da folha, ele seria reconhecido pelos estudantes? Se o triângulo estivesse de "ponta-cabeça", eles considerariam aquela figura como triângulo? Essas questões foram um dos motivos que nos levaram a retornar à escola e realizar novas atividades, como será relatado mais adiante.

A segunda questão solicitava que circulassem os quadrados. Os estudantes identificaram o desenho R como sendo quadrado, o que já era esperado por nós. Porém, nos surpreendemos quando somente M não reconheceu T como um quadrado, mesmo com os lados não paralelos à folha, apesar de não apresentarem justificativas a tal fato.

A terceira questão solicitava que circulassem os retângulos. Os três estudantes identificaram o desenho Y como sendo um retângulo, e somente o estudante R identificou o desenho U como retângulo. Este fato nos surpreendeu, já que o desenho representado por U é usualmente utilizado por professores, servindo inclusive como um protótipo de retângulo, e o desenho representado por Y normalmente não é sequer apresentado por eles.

Ao estudante R foi solicitado que explicasse por que cada um dos desenhos era ou não contornado por ele. Suas explicações, ainda que com uma linguagem simples, mostraram que ele tinha conhecimento de algumas propriedades presentes nos desenhos. Por exemplo, ao explicar por que o desenho Q não era um quadrado, argumenta: "porque ele é um quadrado, mas não tem aqui", completando com a mão uma parte que dizia "faltar" e considerando um dos lados do triângulo como a diagonal do quadrado. Ao justificar por que o desenho S não era um quadrado, também explicou: "tinha que passar aqui", fazendo com o dedo a representação de onde estaria o lado do quadrado. Fez da mesma forma com os retângulos, quando sua justificativa se referia ao fato de não apresentarem ângulos retos, explicando que "faltava" ou "sobrava" uma parte do desenho. Esses questionamentos não foram realizados com as demais estudantes, o que constituiu um outro motivo para uma volta à escola.

Após a realização da atividade 2, pediu-se aos estudantes que buscassem, no espaço em que estávamos, algo que se parecesse com as figuras solicitadas. Verificou-se, nesta atividade, que os estudantes apontaram formas semelhantes a um retângulo quando lhes foi solicitado que mostrassem algo que lembrasse um quadrado. Dessa forma, pode-se verificar que as diferenças e semelhanças entre a definição de um retângulo e de um quadrado ainda precisam ser retomadas com esses estudantes. A estudante M apontou a janela como algo que lembra um retângulo, porém esta pode ser representada por um retângulo e um semicírculo.

No segundo encontro, que ocorreu no dia 23 de outubro de 2008, cada um dos estudantes foi questionado (também de maneira individual) sobre as atividades 1 e 2. A solicitação inicial foi sobre a atividade 1, em que desenharam as figuras que lhes eram pedidas. Pediu-se a eles que explicassem por que tinham feito determinado desenho quando solicitei triângulos, quadrados e retângulos, respectivamente. A estudante M novamente apresentou respostas como: "tão feliz" ou "porque é animado". A estudante G não soube dizer o nome do primeiro desenho que havia desenhado (figura 3), quando foi solicitado que desenhasse um triângulo e ela desenhou um retângulo.

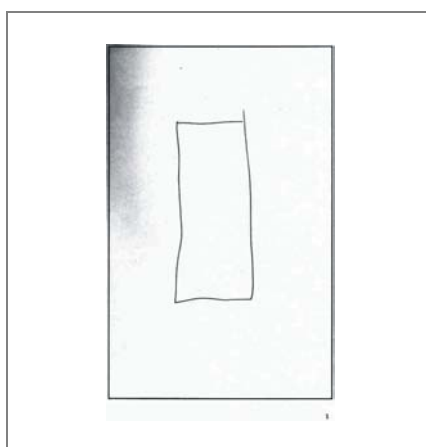


FIGURA 3 - TRIÂNGULO REPRESENTADO  
PELA ESTUDANTE G

Quanto ao segundo desenho, ela soube dizer que era um quadrado, porém não soube explicar o porquê. Ao ser questionada sobre a diferença entre dois quadrados feitos, ela falou que "um está mais magrinho" e que o terceiro foi feito com dois risquinhos "para fazer diferente" (figura 4). Ressaltou ainda que o último foi feito com a folha na horizontal, o que deixou o desenho diferente. Sobre o terceiro desenho representado (em que a solicitação era que desenhasse um retângulo e ela desenhou um triângulo), a estudante respondeu que ele era um retângulo, não sabendo explicar por quê. Disse, ainda que com suas próprias palavras, que os desenhos eram diferentes porque um foi feito com a folha na horizontal e o outro com a folha na vertical.

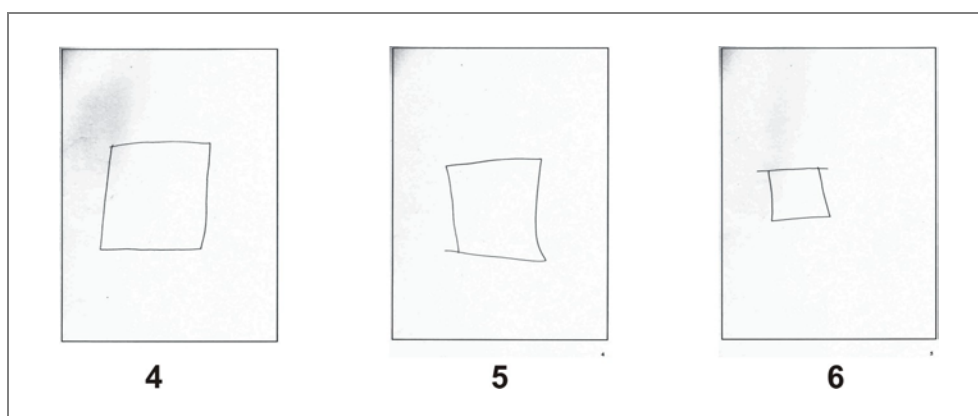


FIGURA 4 - QUADRADOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE G

O estudante R, ao ser questionado sobre os triângulos que havia desenhado, não soube dizer por que eles eram diferentes, falando somente que o representado em (3) era diferente "porque é de lado". Quando questionei sobre a representação em (4), respondeu que era um retângulo e lembrei a ele que o desenho solicitado havia sido um quadrado. Explicou que o quadrado (5) era diferente do (4) "porque as duas pontas são assim", referindo-se à representação, em que a base não estava mais paralela à margem da folha (figura 5).

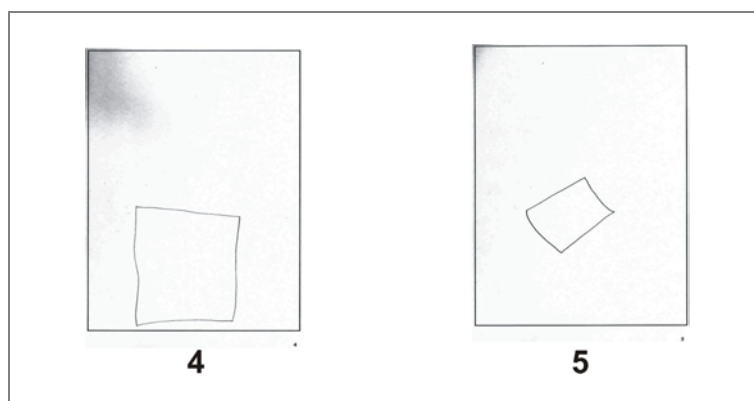


FIGURA 5 - QUADRADOS REPRESENTADOS PELO ESTUDANTE R

Ao comentar sobre o retângulo justificou que eram diferentes "porque um está em pé e o outro deitado". Questionei então sobre o terceiro retângulo representado por ele, que também era "deitado", e ele disse que os retângulos (6) e (8) eram iguais (figura 6).

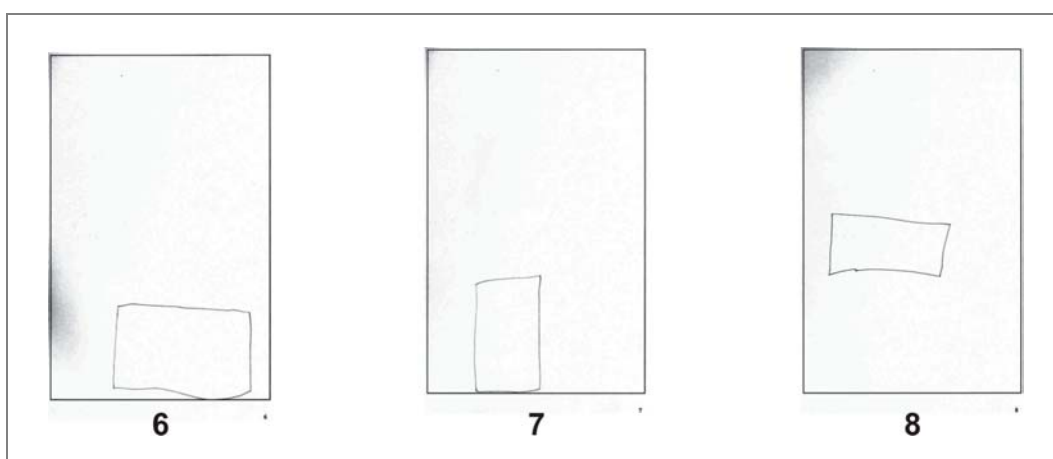


FIGURA 6 - RETÂNGULOS REPRESENTADOS PELO ESTUDANTE R

Fez-se, então, um questionamento aos estudantes buscando a justificativa por terem ou não circulado cada um dos desenhos da atividade 2. Ao ser questionada sobre a primeira questão (figura 7), a estudante M, que circulo B e E como triângulos, não soube responder por que o desenho A não era triângulo. Ao ser questionada sobre o desenho C respondeu: "é quadrado", e depois disse não saber. Também não soube explicar por que o desenho D não era triângulo.

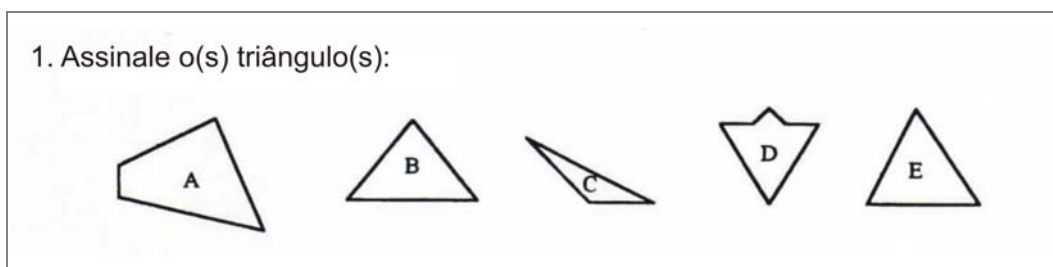


FIGURA 7 - 1.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2

A estudante G, que também circulo B e E, falou que o desenho A não era triângulo "porque ele tem aqui", referindo-se ao menor dos lados do quadrilátero. Disse que C não era triângulo "porque ele está diferente", ou seja, "ele está assim bem fininho e os outros são maiores". Questionei se, por estar "fininho", ele não podia ser considerado triângulo, e ela respondeu que "não porque ele tem que estar para cima e ele está para baixo". Questionei se triângulo sempre é virado para cima e ela respondeu que sim. Da mesma maneira, explicou que o desenho D não era triângulo porque "tem que estar virado para baixo e tem isso. Tinha que estar virado para cima e tem esse negocinho", referindo-se aos dois menores lados do hexágono. O estudante R, apesar de já ter respondido a essas questões no primeiro dia, respondeu novamente. Disse que o desenho A não era triângulo "porque ele é assim, esse é mais comprido e é de lado", referindo-se à base do triângulo. Considerou que, "se fosse mais comprido", não haveria aquele lado menor e fez a representação de como seria um triângulo em (10). Anteriormente havia respondido que "é meio torto". Considerou que o desenho C não era um triângulo porque "é mais comprido e é de ponta-cabeça". Questionei se um triângulo não poderia ser "mais comprido" e ele respondeu que não. Anteriormente, havia respondido somente que "ele é de ponta-cabeça". É interessante que, ao justificar o desenho D, o estudante R explicou que não era triângulo "porque tem esse negócio" e, ao ser questionado se seria triângulo se não tivesse o "negócio", ele respondeu que sim, contradizendo a resposta que havia dado para o desenho C.

A questão 2 da atividade 2 solicitava que assinalasse o(s) quadrado(s) – figura 8. A estudante M, que havia circulado R e T, respondeu que o desenho P não

era quadrado "porque é o 'O'". Quando questionada por que o desenho Q não era quadrado, ela respondeu que não sabia e acrescentou: "não sei tudo". Dessa forma, os questionamentos com esta estudante sobre a atividade 2 só foram realizados até aqui.

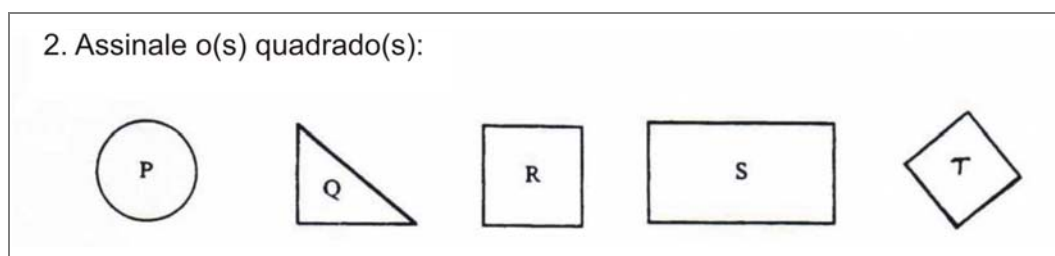


FIGURA 8 - 2.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2

Com a estudante G, que havia circulado R e T, questionei inicialmente se o desenho T era realmente quadrado, e ela respondeu que sim. Questionei sobre o fato de ele estar virado (já que ela explicou anteriormente que o triângulo teria que estar virado para baixo), e ela falou que mesmo virado ele era quadrado. Ao ser questionada sobre o fato de P não ser quadrado, explicou que o desenho era um círculo. Ao responder por que o desenho Q não era um quadrado, falou que era um retângulo (confundindo novamente os nomes do retângulo e do triângulo, como fez na atividade de desenho). No desenho S falou que não era quadrado "porque é um... não lembro". O estudante R, ao explicar sobre o desenho P não ser um quadrado, e que havia dito: "porque é um círculo", desta vez respondeu: "porque ele tinha que ser assim" (apontando para o desenho R). Sobre o desenho Q, ele havia explicado: "porque ele é um quadrado, mas não tem aqui", explicando dessa vez de maneira análoga dizendo que "está faltando uma outra parte". Respondendo sobre o fato de S não ser quadrado, havia dito anteriormente: "porque tem que passar aqui", referindo-se ao meio do desenho. Na segunda vez, respondeu: "porque ele é mais comprido". Questionei se o desenho não poderia ser mais comprido e ele disse que não. Como o estudante havia dito que um dos triângulos estava "de ponta-cabeça", questionei o fato de o desenho T ser um quadrado e ele explicou que ele está virado mas é um quadrado. Questionei sobre a resposta apresentada por ele de que o

desenho C estava "de ponta-cabeça" e perguntei se T pode estar "de ponta-cabeça", mas C não pode e ele afirmou que sim. Curioso observar que estes estudantes (G e R) reconhecem um quadrado mesmo quando este não está com as bases paralelas à margem da folha, mas não reconhecem um triângulo quando a base não é paralela à margem inferior.

Enfim, concluindo a atividade 2, foram feitos questionamentos aos estudantes G e R sobre os retângulos (figura 9). A estudante G havia circulado apenas o desenho Y. Quando questionada sobre cada um dos desenhos, iniciando por U, ela disse que U era retângulo e que havia esquecido de circular. Dessa forma, circulo (com lápis de cor) U como retângulo. Sobre o desenho V, ela respondeu que não era retângulo "porque ele está assim", apontando para o lado não perpendicular à base. Questionei se, da forma como ele estava ele não seria retângulo, e ela representou com a mão como deveria ser o lado cujos ângulos não têm  $90^\circ$ . Isso mostra que ela tem conhecimento sobre o fato de um retângulo ter somente ângulos retos, mesmo com troca no nome da figura. Ao questioná-la sobre o desenho X, ela disse que esse desenho é um quadrado. A resposta dela para o fato de Z não ser retângulo é que é "igual a esses aqui", apontando para os triângulos representados por B e E do primeiro exercício.

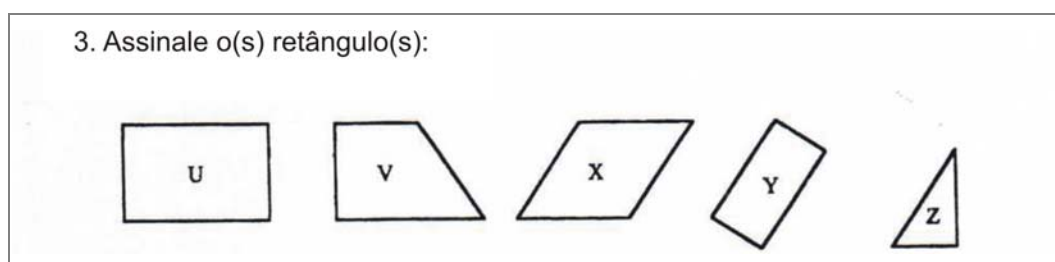


FIGURA 9 - 3.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2

O estudante R, que assinalou U e Y, respondeu de forma semelhante nas duas vezes aos questionamentos do fato de cada um dos desenhos não ser retângulo. Sobre o desenho V, havia explicado anteriormente: "porque tem que desenhar aqui", referindo-se ao lado que não forma ângulo reto, e, na segunda vez, disse: "porque

tem que fazer outra parte". No desenho X disse, nas duas vezes: "porque tem que desenhar aqui e aqui", referindo-se a lados perpendiculares às paralelas da horizontal. Na explicação do desenho Z havia dito: "porque tem que desenhar aqui e aqui para cima", referindo-se a paralelas às retas perpendiculares do triângulo. Da segunda vez, de maneira análoga, explicou: "porque tem que terminar a outra parte".

Nesse mesmo dia levou-se uma folha com algumas figuras geométricas para buscar responder algumas das dúvidas que surgiram no decorrer da análise do primeiro encontro (figura 10). Essa folha, a atividade 3, foi elaborada para compreender melhor que conceitos os estudantes tinham sobre as figuras que lhes foram apresentadas.

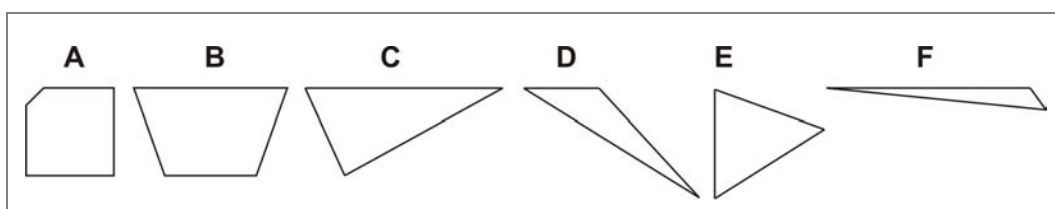


FIGURA 10 - ATIVIDADE 3 DO ESTUDO-PILOTO

A estudante M, ao ser questionada se o primeiro desenho (A) era um quadrado, respondeu que sim, fazendo o desenho ao lado. Perguntei se o segundo desenho (B) era um retângulo, e ela afirmou que não. Perguntei a ela por que aquele desenho não era retângulo, e ela disse que era. Por fim, disse que era um retângulo, porém não soube dizer o porquê. Indaguei se o terceiro desenho (C) era um triângulo e ela disse que era, porém não soube justificar sua resposta, assim como nas demais, em que ela afirmou serem triângulos, porém não soube explicar por quê. A estudante G, ao ser questionada se o primeiro desenho (A) era um quadrado, respondeu: "é, só tem uma perninha aqui que é assim", referindo-se ao menor lado da figura. Questionei se ele continuava sendo quadrado com "aquela perninha", e por quê, e ela respondeu "Continua, porque ele já está assim, só falta essa pontinha", referindo-se ao formato do desenho, que se assemelha a um quadrado. Perguntei ainda se o desenho sem a "pontinha" era quadrado e ela respondeu (ficando em dúvida) que



era. Questionei se o segundo desenho (B) era um retângulo e ela respondeu que sim "porque é igual àquele, é só virar ele assim de lado", apontando para o quadro de giz da sala onde estávamos. Sobre o terceiro desenho (C) ser ou não um triângulo, respondeu que era e virou a folha de ponta-cabeça para mostrar. Questionei se do modo que estava (sem virar a folha) ele era triângulo e ela afirmou que era. Quanto ao quarto desenho (D), a estudante G inicialmente disse ser um triângulo, e logo depois mudou sua resposta dizendo que tinha uma diferença. Questionei quanto a esta diferença e ela explicou: "um está assim, o outro está com a pontinha aqui em cima, o outro lá embaixo", referindo-se ao vértice da direita. Afirmou que o quinto desenho (E) era um triângulo "porque está bem certinho". Finalmente, disse que o último desenho (F) não era triângulo "porque ele está virado para baixo e está muito fininho". O estudante R, ao ser questionado se o primeiro desenho (A) era um quadrado, afirmou que não, explicando: "porque tem que fazer aqui". Solicitei que desenhasse a parte que "faltava". Afirmou que o segundo desenho (B) não era um retângulo "porque não tem aqui", referindo-se a lados perpendiculares à base, e novamente solicitei que desenhasse. O terceiro desenho (C) ele afirmou que não era um triângulo "porque tinha que estar assim", referindo-se ao fato de a base não estar paralela à parte inferior da folha. Ao se apresentado o quarto desenho (D), afirmou que também não era um triângulo "porque é muito comprido aqui e aqui também", referindo-se ao fato de dois dos lados serem muito maiores que o outro. O quinto desenho (E) não foi considerado por ele como triângulo "porque ele está de lado". No último desenho (F), disse que não era triângulo "porque é muito comprido e tinha que ser de pé". Ao lado de cada um deles pedi a ele que fizesse o desenho de como deveria ser a figura para que fosse um triângulo.

Quanto à identificação de um triângulo, pode-se observar que os estudantes (G, M e R) identificam-no como uma figura plana que tem três lados desde que a base esteja paralela à parte inferior da folha e que possua somente ângulos agudos. Observou-se que estes estudantes ainda utilizam protótipos para reconhecerem triângulos, provavelmente por estes só serem apresentados com ângulos agudos.

Com relação à identificação de um quadrado, verificou-se que a estudante G ainda se confunde em relação às propriedades do quadrado, o que pode ser percebido na terceira questão da atividade 2, quando afirmou que o desenho X era um quadrado. Além disso, na atividade 3 do estudo-piloto ela afirmou que o desenho A era um quadrado, em que "só falta essa pontinha".

A estudante M não apresentou justificativas em suas respostas quanto à questão dos quadrados. Porém, acreditamos que ela ainda tem dificuldade de reconhecer um quadrado mesmo através da manipulação de protótipos, já que afirmou que o desenho C da primeira questão da atividade 2 era um quadrado. Na segunda questão da atividade 2, mostrou corretamente os desenhos que representavam quadrados mas não soube justificar a razão de os outros não o serem. Na atividade 3, afirmou que o desenho A era um quadrado.

O estudante R já identifica um quadrado como um quadrilátero de quatro lados iguais e quatro ângulos retos. Este fato pode ser observado tanto em seus desenhos (nos quais representou quadrados em diferentes posições), quanto na atividade 2 (em suas justificativas) e na atividade 3.

Quanto à identificação de um retângulo, observou-se que a estudante G tem dificuldade em estabelecer relação entre a nomenclatura e a representação. Em seus desenhos, fez a troca entre triângulo e retângulo, o que voltou a se repetir em suas justificativas na atividade 2. Ao responder que o desenho B era um retângulo por ser "igual ao quadro", questionamo-nos se ela estaria reconhecendo os retângulos por suas propriedades ou pela utilização de protótipos, já que o desenho B não possui ângulos retos.

A estudante M reconheceu o desenho Y como sendo um retângulo, porém não identificou o desenho U, que é muito utilizado por professores, servindo inclusive como protótipo. Como não apresentou justificativas nas atividades 1 e 2, ficamos impossibilitadas de perceber como ela compreende um retângulo. Na atividade 3 disse que o desenho B era um retângulo, mas não soube justificar.

O estudante R já identifica um retângulo como um quadrilátero com quatro ângulos retos, o que pode ser observado nas justificativas apresentadas por ele, em que expõe, ainda que com outras palavras, a necessidade de que o desenho apresente todos os ângulos retos. O mesmo ocorreu na atividade 3, ao explicar por que o desenho B não era um retângulo.

Ao final de todas essas análises, questionamo-nos sobre alguns fatos: Por que esses estudantes reconhecem quadrados e retângulos em posições diferentes mas não identificam um triângulo quando este está "de lado"? Por que os estudantes não reconhecem triângulos obtusângulos como triângulos? Teriam os blocos lógicos prejudicado também na conceituação de triângulos?

Percebemos também que a justificativa dos desenhos circulados pelos estudantes na atividade 2 seria importante para auxiliar na análise, o que foi realizado durante a aplicação da presente pesquisa.

## 4.2 DESVELANDO O PENSAMENTO MATEMÁTICO DOS ESTUDANTES

Para compreender como os estudantes estão compreendendo algumas figuras geométricas nos dirigimos a uma escola municipal de Curitiba que atende os estudantes em período integral. Solicitamos à direção da escola alguns estudantes do primeiro Ciclo para realização das atividades, já que estes estão em um período de alfabetização matemática. Os estudantes A e B são do 3.º ano, C e D são estudantes do 2.º ano e E e F são estudantes do 1.º ano. A escolha destes estudantes foi realizada pela escola (diretora e professoras), o que, na metodologia adotada, não interfere no desenvolver da pesquisa. A direção escolheu um estudante de cada sala. Todos estes estudantes permanecem 8 horas diárias na escola e realizaram as atividades no período da tarde. Para a coleta de dados estes estudantes saíram da sala e dirigiram-se a um espaço separado, junto com a pesquisadora para realização das atividades.

Através de desenho, reconhecimento de figuras e explicações orais por meio de diálogo com a pesquisadora, buscamos desvelar o pensamento matemático destes

estudantes e perceber como eles estão compreendendo algumas figuras geométricas, dentre elas o triângulo, o quadrilátero, o quadrado e o retângulo. Assim fizemos para atingir o objetivo desta pesquisa, que é observar a compreensão que estudantes do primeiro ciclo do ensino fundamental demonstram ter sobre algumas figuras geométricas. Esses diálogos realizados com os estudantes são relatados em seguida, descrevendo os questionamentos realizados a cada um dos estudantes.

### **Manifestações do estudante F sobre Geometria**

O estudante F foi escolhido pela professora de uma turma do 1.º ano, pois já havia concluído todas as atividades em sala e porque "ele já sabe ler tudo". Ao ser questionado sobre saber o que era um triângulo afirmou que sabia e desenhou, em (A), um triângulo.

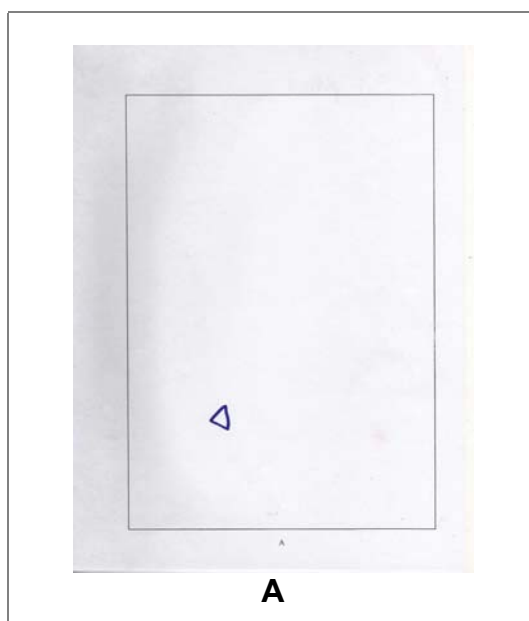


FIGURA 11 - TRIÂNGULO REPRESENTADO PELO ESTUDANTE F (A) NA ATIVIDADE 1

Quando lhe foi solicitado que desenhasse um triângulo diferente, afirmou não saber e não quis tentar. Indagado sobre um quadrilátero, afirmou não saber o que era. Questionado sobre um quadrado, afirmou que sabia e desenhou, em (B),

um quadrado. Solicitei-lhe que desenhasse um quadrado diferente e ele desenhou em (C), porém o desenho representava um retângulo.

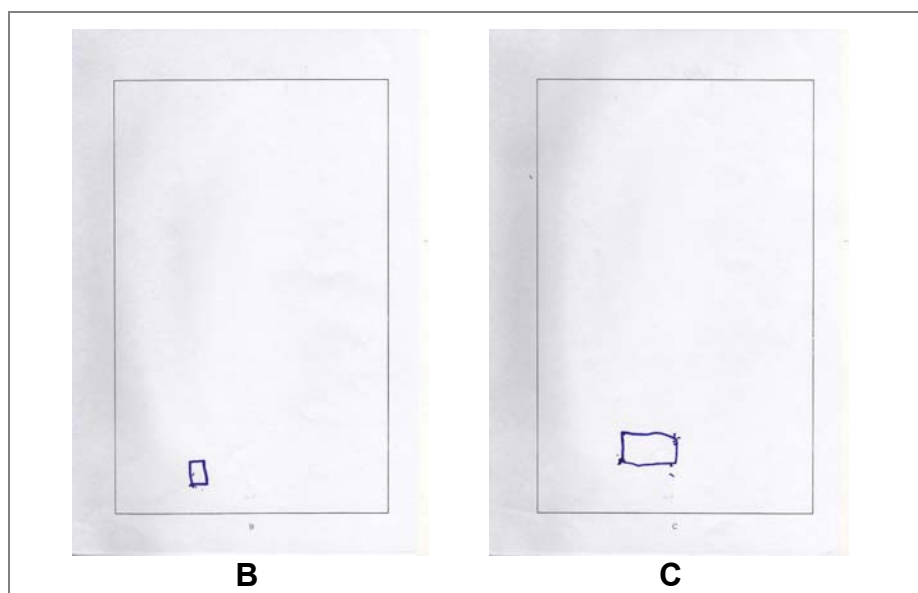


FIGURA 12 - QUADRADOS REPRESENTADOS PELO ESTUDANTE F (B, C) NA ATIVIDADE 1

Perguntei-lhe sobre o fato de o desenho representado em C ser um quadrado e ele afirmou que era, já que tinha 4 pontas. Perguntei se o quadrado deveria ter 4 pontas e ele contou, no desenho que havia feito, as quatro pontas. Questionei se este, representado em C, era quadrado, e ele falou que era, mudando logo sua resposta: "não é igual". Quando questionado sobre o significado de não serem iguais, ele explicou: "porque não é assim", referindo-se ao fato de "não ser de pé". Quando pedi que desenhasse um retângulo, ele representou, em D, um círculo.

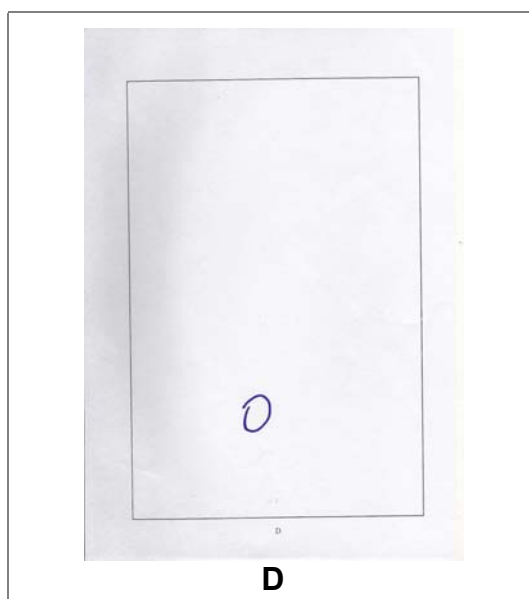


FIGURA 13 - RETÂNGULO REPRESENTADO PELO ESTUDANTE F (D) NA ATIVIDADE 1

Questionei se era um retângulo e ele afirmou que sim, mas não soube desenhar um retângulo diferente daquele.

Na atividade 2 foi solicitado que circulasse, dentre os desenhos apresentados na primeira linha, todos os triângulos.

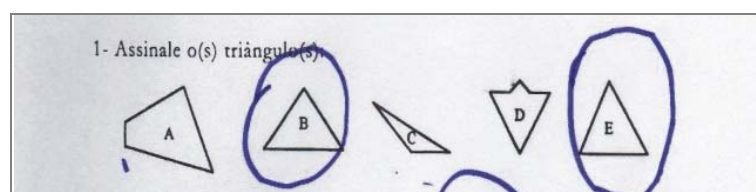


FIGURA 14 - 1.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELO ESTUDANTE F

Ele circulo B e E. Falou que o desenho A não era triângulo porque "tem um risco para cá", referindo-se ao menor dos lados do quadrilátero e explicou que se não tivesse aquele 'risco' ele seria um triângulo. Afirmou que o desenho C não era triângulo "porque ele é pequeno, é reto aqui e tem aqui", indicando que um dos lados do triângulo era muito menor que os outros e o outro lado era muito maior. O desenho D não era triângulo, segundo ele, porque "tem isso", referindo-se aos dois lados menores do hexágono. Ao ser questionado sobre o desenho ser um triângulo sem "a pontinha", ele afirmou que "não, porque é de lado", mudando depois sua resposta

para "de ponta para baixo". Questionado sobre a possibilidade de estar com a "ponta para baixo" ele afirmou que "daí não fica", indicando que só há um triângulo se a base estiver paralela à margem inferior da folha. Foi solicitado então que circulasse, na segunda linha, o que fosse quadrado. Ele inicialmente circulou o desenho R.

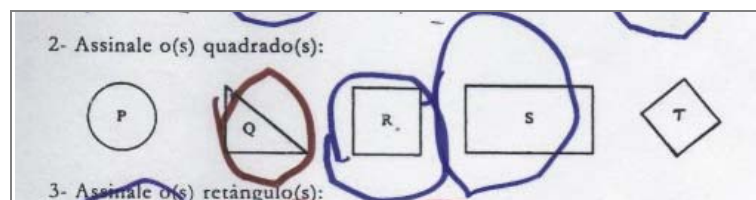


FIGURA 15 - 2.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELO ESTUDANTE F

Quando pedi que explicasse por que cada um dos desenhos era ou não quadrado, ele afirmou que o desenho P não era quadrado por ser um círculo. Acredito que ele pode ter aproveitado a minha fala (circule, faça um círculo), já que na atividade anterior ele representou um círculo quando foi solicitado que representasse um retângulo. Sobre o desenho Q ele afirmou que não era quadrado porque ele "é de lado, um triângulo". Indagado sobre este desenho ser um triângulo, ele afirmou que era um triângulo de lado. Quando questionei sobre o desenho S ser um quadrado, falou que era "um quadrado mais grande que esse aqui", comparando-o com o quadrado representado pela letra R. Perguntei então se o desenho S era um quadrado e ele afirmou que sim. Solicitei que circulasse este desenho. Ao ser questionado sobre o desenho T ser quadrado, afirmou que não, "porque é assim", referindo-se ao fato de a base não ser paralela à margem da folha. Enquanto eu questionava sobre o fato de ser ou não quadrado por "estar assim", ele afirmou que o desenho U, representado na linha inferior, também era quadrado, e, por este motivo, circulou também este desenho afirmando ser "igual a esse (S)".

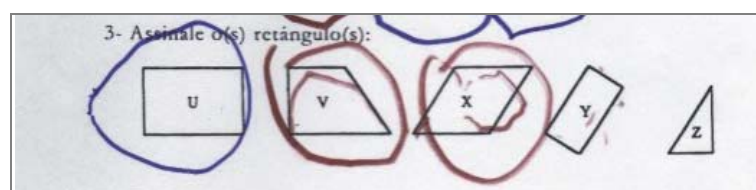


FIGURA 16 - 3.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELO ESTUDANTE F

Ao partir para a atividade que envolvia retângulos, e como ele já havia circulado o desenho U desta atividade, solicitei que trocasse de canetinha, pegando uma de outra cor. Quando pedi que circulasse o que representasse um retângulo, ele leu a palavra *retângulo* e circulou o desenho logo acima, que é representado com a letra Q (no caso, um triângulo). Perguntei se realmente aquele desenho era um retângulo e ele disse não saber. Depois leu a palavra *retângulo* logo abaixo do desenho e afirmou que sim, que era um retângulo. Solicitei então que, na linha de baixo, observasse todos os desenhos e circulasse o que fosse retângulo. Ele circulou os desenhos V e X e questionei se eles eram retângulos. Ao afirmar que sim, questionei a ele sobre cada um dos desenhos. Sobre U, ele afirmou que não era retângulo (ele já havia circulado como sendo quadrado). O desenho V ele disse ser retângulo, porém não soube explicar por quê. O desenho X ele afirmou ser retângulo "porque ele é assim", referindo-se ao formato da figura. O desenho representado com a letra Y, segundo ele, não era retângulo porque parecia um quadrado mas não era, porque era um triângulo. Questionado sobre como deveria ser para que o desenho fosse um quadrado, afirmou que teria que ser como o desenho R. Questionei então: se o desenho fosse como S, ele seria um quadrado e ele não respondeu. Ao responder sobre o fato de o desenho Z não ser retângulo, afirmou que não "porque é virado", mostrando que estava na verdade considerando o fato de o desenho ser ou não triângulo. Questionei então se este desenho era ou não um triângulo, e ele afirmou que não era. Perguntei o que era um triângulo e ele explicou que "tem isso aqui" (pontas).

Na atividade 3, pediu-se que o estudante dissesse se o primeiro desenho apresentado (A) era ou não um quadrado e ele afirmou que era: "mas é diferente porque não tem essa pontinha aqui". Questionado sobre o fato de ser quadrado "mesmo sem essa pontinha", falou que não, que sem a "pontinha" o desenho não era quadrado.



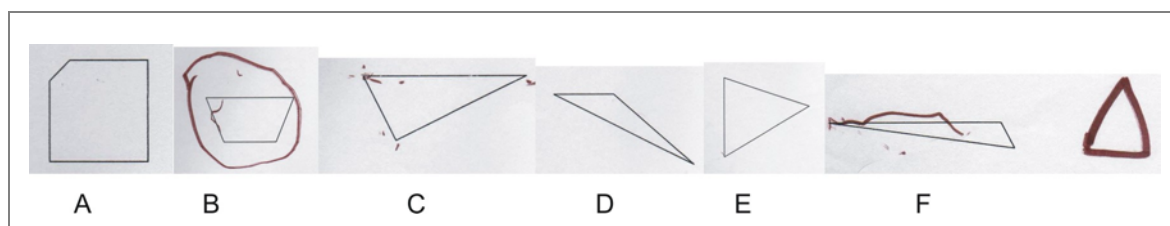


FIGURA 17 - ATIVIDADE 3 REALIZADA PELO ESTUDANTE F

Sobre o segundo desenho (B) ser ou não um retângulo, o estudante primeiramente perguntou se era como o desenho U, da atividade anterior, e afirmei que sim. Então ele disse que era, e solicitei que ele circulasse o desenho. Questionado sobre o fato de o terceiro desenho (C) ser ou não um triângulo, ele afirmou que não "porque ele é com a ponta assim", explicando ainda que "se fosse triângulo seria assim", virando a folha para que a base ficasse paralela à mesa. Voltei a folha à posição inicial e questionei se com a folha naquela posição o desenho era ou não triângulo, e ele afirmou que não, só se a folha estivesse virada para baixo. Quanto ao quarto desenho (D), disse que não era triângulo "porque ele é pequeno aqui e grande ali", referindo-se à diferença da medida dos lados do triângulo. Quanto ao quinto desenho (E) ele afirmou ser um triângulo, porque "tem ali, ali e ali", referindo-se aos três vértices do triângulo, sem fazer menção aos ângulos. Questionei sobre o fato de ser triângulo "mesmo com a pontinha assim", investigando sobre o fato de ele ter dito anteriormente que outro desenho não era triângulo em uma posição mas em outra era. Ele afirmou que sim, que seria triângulo mesmo que estivesse "de lado", explicando que seria triângulo com a folha normal, que seria triângulo se virássemos a folha a  $90^\circ$  para a esquerda mas que não seria triângulo se a folha estivesse virada a  $90^\circ$  para a direita (onde a base estaria paralela à margem superior da folha e um dos vértices estaria para baixo). Sobre o último desenho (F), afirmou não ser triângulo por causa dos lados (dois muito grandes e um pequeno), desenhando ao lado como teria que ser um triângulo.

## **Interpretações do pensamento matemático do estudante F**

O estudante apresenta dificuldade em reconhecer as figuras geométricas e, apesar de já saber ler, demonstra dificuldade no reconhecimento das figuras geométricas apresentadas (tanto no desenho quanto na visualização de desenhos). Embora tenha dito inicialmente que o quadrado tem quatro "pontas" (vértices), não considerou o desenho T como tal. Percebe-se, portanto, que ele considera que, além de quatro vértices, o desenho precisa ter lados paralelos à margem da folha para ser quadrado. Observa-se, também, que ele percebe que o quadrado necessita ter os lados perpendiculares. Caso não sejam, apesar de ter quatro vértices (como o desenho V), ele considera como um triângulo. Afirma que alguns quadrados são maiores, outros são menores, considerando como quadrados, portanto, os desenhos que na verdade representam retângulos, justificando que alguns são maiores e outros menores. Ele, que inicialmente, em seu desenho, havia mostrado saber desenhar um triângulo, acabou circulando triângulos dizendo serem retângulos. Considera que o triângulo tem que ter "pontas" (vértices), ignorando para tal o número de lados do triângulo e só considerando aqueles que possuem a base paralela à margem inferior da folha. Na atividade 3 explicou que para ser triângulo não poderia ter um dos vértices na parte inferior, poderia ser "de lado", mas não poderia ser "de pontacabeça". E não considera um triângulo obtusângulo como tal, explicando nos dois casos que um lado é muito grande e outro é muito pequeno. Quanto ao retângulo, percebe-se que o estudante ainda demonstra não reconhecê-lo, já que inicialmente representou um círculo (na atividade 1), na atividade 2 circulou aqueles desenhos que estavam próximos da palavra "retângulo" (triângulos, trapézios e paralelogramos), e afirmou, pela sua descrição, que confundia retângulo com triângulo, já que considerou que o desenho Z não era retângulo (no caso triângulo) porque "estava virado". Também na atividade 3 o estudante questionou se para ser retângulo deveria ser como o desenho U da atividade 2 (que ele havia circulado como sendo um quadrado), mostrando mais uma vez não saber qual a representação de um retângulo.

### Manifestações da estudante E sobre Geometria

A estudante E é do 1.º ano. Quando lhe perguntei se sabia o que era um triângulo, afirmou que sabia e desenhou, em A, um retângulo. Quando pedi que desenhasse um triângulo diferente do primeiro, ela desenhou em B novamente um retângulo, afirmando que este era maior que o primeiro.

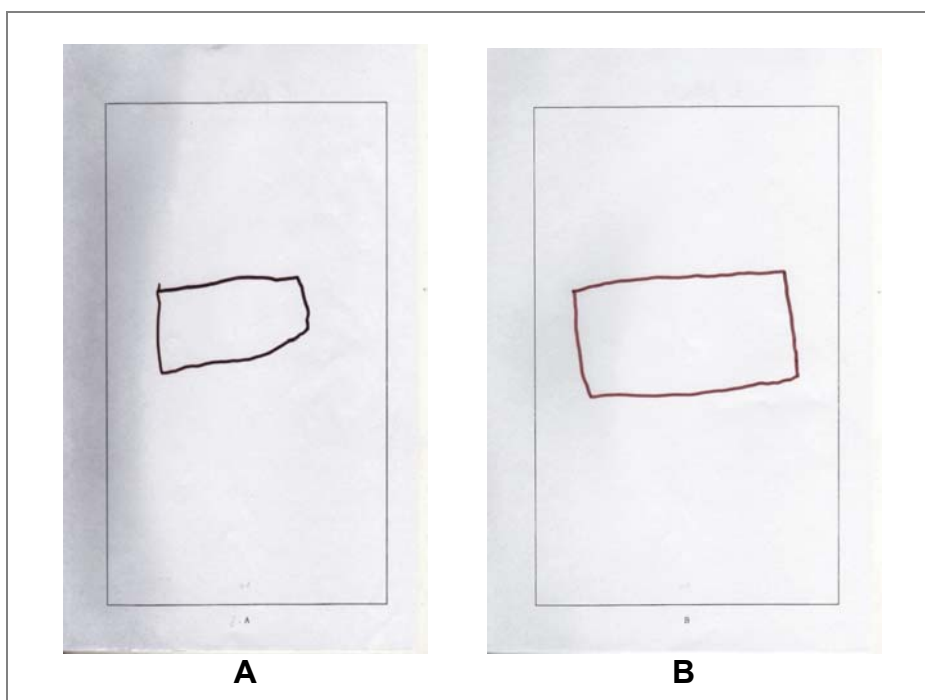


FIGURA 18 - TRIÂNGULOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE E (A, B) NA ATIVIDADE 1

Perguntei se ela sabia desenhar um quadrilátero, e ela afirmou que não sabia o que era. Perguntei se sabia o que era um quadrado e ela afirmou que sim. Representou então, em C, um quadrado. Depois, em D, representou um quadrado diferente do primeiro. Explicou que eles eram diferentes porque o primeiro (representado em C) era "mais quadradinho", e que o representado em D "tem uma perninha para cá". Questionei se poderia ter a "perninha para cá" e ela afirmou que não poderia, e que se não tivesse essa "perninha" eles seriam iguais. Representou então, em E, um novo quadrado, que afirmou ser diferente dos outros por ser "mais quadradinho e mais pequenininho".

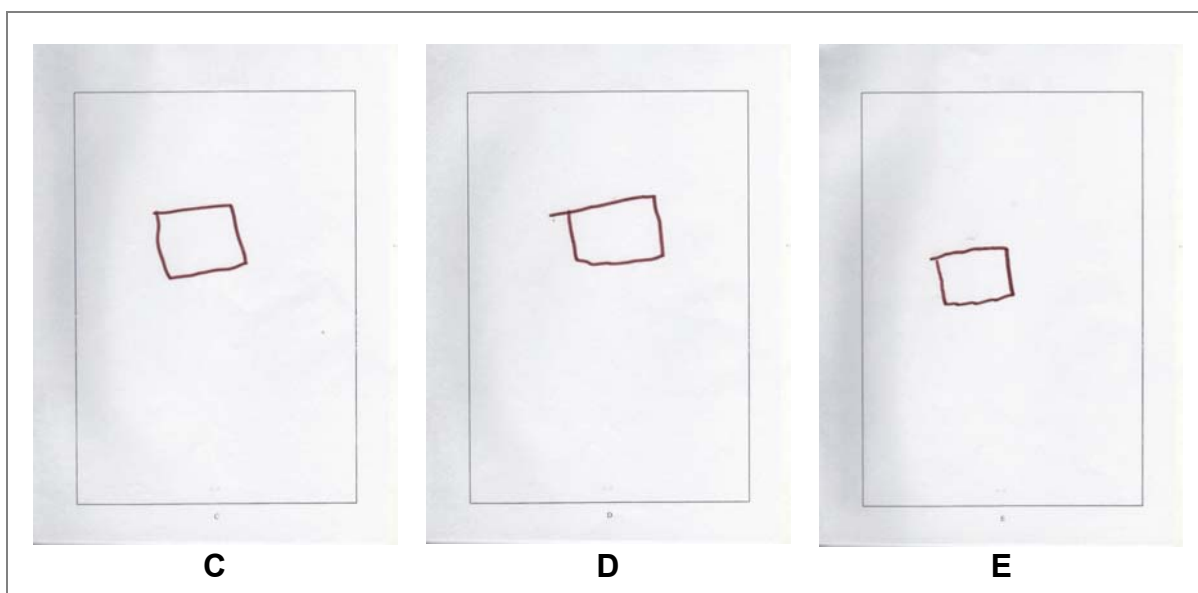


FIGURA 19 - QUADRADOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE E (C, D, E) NA ATIVIDADE 1

Perguntei, então, se ela sabia o que era um retângulo. Ela afirmou que sim e desenhou, em F, um triângulo. Questionei se ela saberia fazer um retângulo diferente e ela afirmou que sim, fazendo a representação em G.

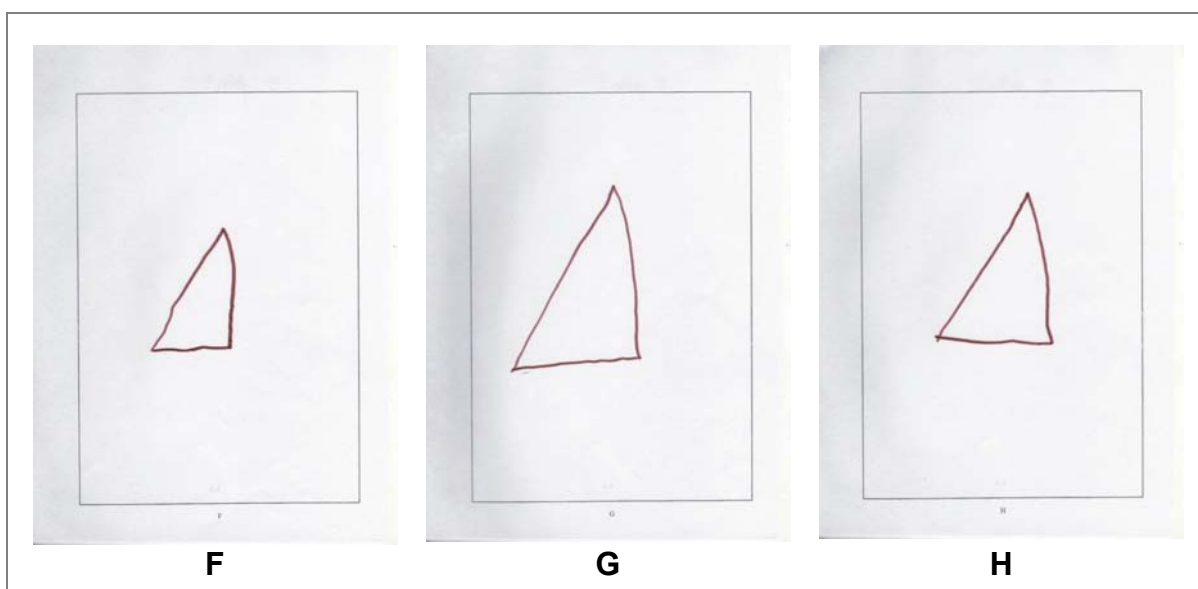


FIGURA 20 - RETÂNGULOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE E (F, G, H) NA ATIVIDADE 1

Explicou que o primeiro era menor e, o outro, maior. Solicitei que representasse um novo retângulo, em que a diferença, porém, não estivesse somente no tamanho.

Ela perguntou se eu queria um menor ou maior, e expliquei que poderia ser do tamanho que ela quisesse, porém que tivesse alguma diferença dos retângulos anteriores além do tamanho. Desenhou, em H, outro triângulo, dizendo que aquele retângulo era diferente dos demais porque era maior que o feito em F, ou seja, explicou que H era o maior, F o médio e G era o menor. Com isso, apesar de ser solicitado que ela representasse um retângulo diferente dos anteriores, e que essa diferença não fosse somente de tamanho, ela não deu atenção a este comando (ou não soube representá-lo de outra maneira) e continuou utilizando o critério tamanho para diferenciar os desenhos representados por ela.

Na atividade 2, foi solicitado a ela que circulasse, na primeira linha, o que fosse triângulo.

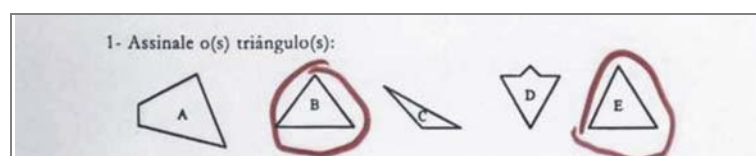


FIGURA 21 - 1.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE E

Circulou, inicialmente, somente o desenho representado pela letra B. Quando questionada se só havia aquele triângulo, circulou também o desenho representado por E e afirmou que não havia mais triângulos. Questionada sobre o desenho A não ser triângulo, disse que era: "porque esse aqui tem uma coisinha aqui, ó", referindo-se ao menor dos lados do quadrilátero. O desenho representado com a letra C não foi considerado como triângulo pela estudante "porque tem uma coisinha aqui, uma coisinha aqui e uma coisinha aqui", referindo-se aos lados do triângulo. Indagada sobre como deveria ser esse desenho para ser um triângulo, ela afirmou que deveria ser maior, como o desenho B. Sobre o desenho D afirmou que não era triângulo "porque tem aqui, aqui e aqui", referindo-se aos vértices do hexágono. Questionei se o triângulo não poderia ter "essas pontas", e em sua resposta ela se remeteu ao

desenho Z (da terceira linha). Falou que, nesse caso, esse desenho também seria triângulo, circulando-o.

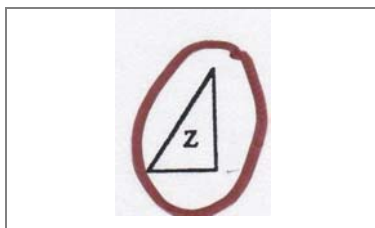


FIGURA 22 - DESENHO CIRCULADO  
PELA ESTUDANTE E  
COMO TRIÂNGULO

Questionei se este desenho (Z) era ou não triângulo, e ela afirmou que sim. Solicitei que, na segunda linha, observasse os desenhos e circulasse aqueles que fossem quadrados.

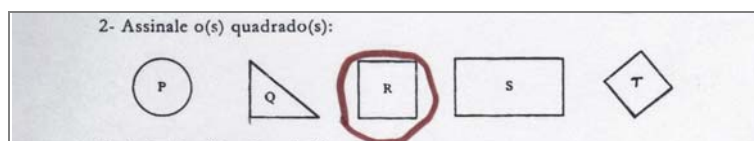


FIGURA 23 - 2.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE E

Ela circulou apenas o desenho R. Quando questionada se não havia mais algum quadrado ela circulou o desenho X, da atividade abaixo, dizendo que ele também era quadrado.

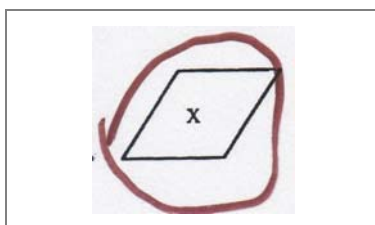


FIGURA 24 - DESENHO CIRCULADO  
PELA ESTUDANTE E  
COMO QUADRADO

Questionada sobre o fato de o desenho P não ser quadrado, e ela explicou que era um círculo. Perguntei se o desenho Q era quadrado e ela afirmou que não: "ele é assim e assim", referindo-se aos lados do triângulo. Indaguei como tinha que ser para que fosse um quadrado e ela explicou que tinha que ser "retinho assim e assim", referindo-se à hipotenusa do triângulo, que deveria ser substituída por dois lados como os dois apresentados no triângulo. Explicou que o desenho S não era quadrado porque ele é retângulo. O desenho T, segundo ela, não é quadrado porque "é tipo de uma estrela". Como ela já havia circulado dois desenhos da terceira linha (X como quadrado e Z como triângulo), solicitei que ela trocasse a cor de canetinha. Questionada sobre os retângulos apresentados nessa linha, ela circulou somente o desenho representado pela letra U.

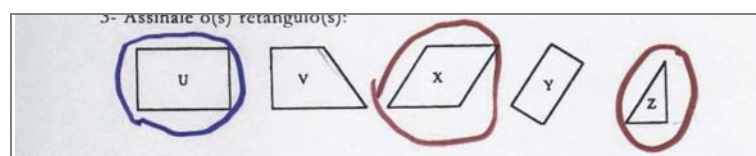


FIGURA 25 - 3.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE E

Explicou que o desenho V não é retângulo porque "tem um risquinho aqui embaixo que sobe", referindo-se ao lado que não forma  $90^\circ$  com os demais. Explicou que o desenho com a letra X (já circulado por ela por ser considerada um quadrado) não era retângulo por ser quadrado. O desenho representado pela letra Y não foi considerado retângulo "porque ele está assim", referindo-se ao fato de o retângulo não estar com a base paralela à folha. Quando questionada se o desenho seria retângulo se não estivesse daquela maneira (ou seja, se ele estivesse com a base paralela à folha, ele seria retângulo?), afirmou que nesse caso ele seria retângulo. Ao justificar o fato de o desenho representado com a letra Z (circulado anteriormente por ser considerado um triângulo) não ser retângulo ela explicou: "é porque ele é... ai... como é o nome desse?", referindo-se aos desenhos da primeira

linha desta folha. Quando afirmei que o nome era triângulo, ela disse que não era retângulo porque era um triângulo.

Na atividade 3, a estudante afirmou que o primeiro desenho (A) era um quadrado, e em sua justificativa mostrava os lados da figura, ou seja, devido ao fato de o desenho ser parecido com o desenho de um quadrado ela explicou que era um quadrado e justificou apontando os quatro maiores lados do pentágono.

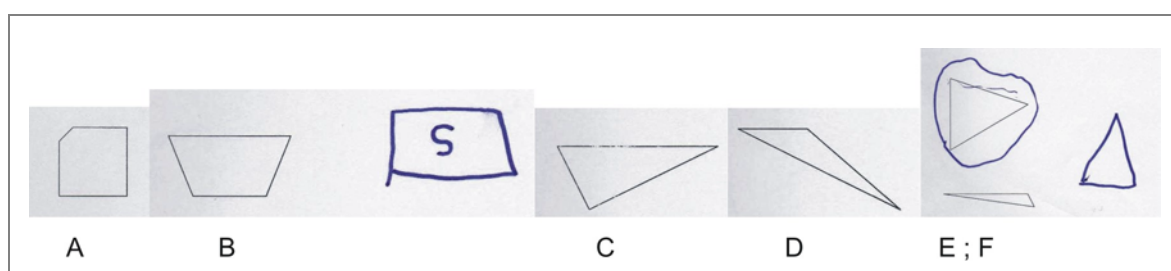


FIGURA 26 - ATIVIDADE 3 REALIZADA PELA ESTUDANTE E

Ao ser questionada sobre o segundo desenho (B), afirmou que não era um retângulo "porque esse é reto e ele vira para cá", referindo-se ao lado que não formava  $90^\circ$  com a base. Ao lado, desenhou como ele deveria ser. O terceiro desenho (C) não foi considerado por ela como um triângulo porque estava virado; ela afirmou que se virássemos a folha ele iria se tornar um triângulo, mas do jeito que estava não era. Da mesma forma, sobre o quarto desenho (D) ela afirmou que não era um triângulo (disse parecer uma faca), mas se virássemos ele se tornaria um triângulo. No quinto desenho (E) ela confundiu a nomenclatura, questionando se era retângulo, e mostrei o retângulo que ela havia desenhado nesta mesma folha, ao lado do segundo desenho. Depois ela afirmou que sim, que o desenho era um triângulo, por causa da forma. Questionei se, mesmo virado, ele continuava sendo triângulo e ela afirmou que sim. Perguntei por que este poderia estar virado e continuar sendo triângulo, uma vez que o anterior, quando virado, não era triângulo e ela explicou: "esse aqui está de ponta-cabeça (D) e esse está certo (E)". Sobre o último desenho (F) afirmou que não era um triângulo, era um furador, e representou ao lado como ele deveria ser para ser considerado um triângulo.



## **Interpretações do pensamento matemático da estudante E**

Inicialmente confundiu um triângulo com um retângulo, o que também foi percebido por Lujan (1997) em sua pesquisa. É interessante observar que, ao representar quadrados, ela afirma que um deles é "mais quadradinho" que o outro, referindo-se ao fato de os lados terem medidas praticamente iguais. Ao representar retângulos ela desenhou triângulos, ambos com a base paralela à margem inferior da folha. Mesmo com o comando sendo para que fizesse um retângulo (que ela fez triângulo) diferente não apenas no tamanho, a diferença continuou no tamanho do desenho. Na atividade 2, percebe-se que ela só considera os triângulos isósceles ou equilátero como tal, que costumam aparecer mais em materiais didáticos. O triângulo obtusângulo presente ali (C) não foi considerado por ela, já que deveria ser maior, como no desenho B. O triângulo foi considerado por ela somente quando apresentava a base paralela à margem inferior da folha, já que dizia que se virássemos a folha teríamos um triângulo, mas daquele modo não teríamos. Quando o triângulo estava "de ponta-cabeça", ele não era considerado como tal; já quando estava "de lado" ele estava "certo". Também não considera triângulo obtusângulo como tal. Demonstrou que para ser quadrado o desenho deve ter lados de mesma medida (já que circulou os desenhos R e X) e que a base deve ser paralela à margem inferior da folha. Da mesma forma, o retângulo não é considerado por ela quando não tem a base paralela à margem inferior da folha. É interessante que ela observa, na atividade 3, que o retângulo necessariamente precisa ter os ângulos retos, já que afirma que o desenho não é retângulo porque "esse é reto e ele vira para cá". Com isso, percebe-se que ela compreende um retângulo como uma figura de 4 lados, que tem ângulos retos, com base paralela à margem inferior da folha. Porém, cabe lembrar que ela ainda demonstra não ter clareza quanto ao nome, já que, ao desenhar, trocou a nomenclatura "triângulo" por "retângulo".

### Manifestações da estudante D sobre Geometria

A estudante D é do 2.º ano. Primeiramente, ela desenhou um triângulo. Na outra folha, quando solicitei que fizesse um triângulo diferente do primeiro, ela desenhou um triângulo com linhas curvas, e explicou que os dois eram diferentes "porque foi feito em outro ano".

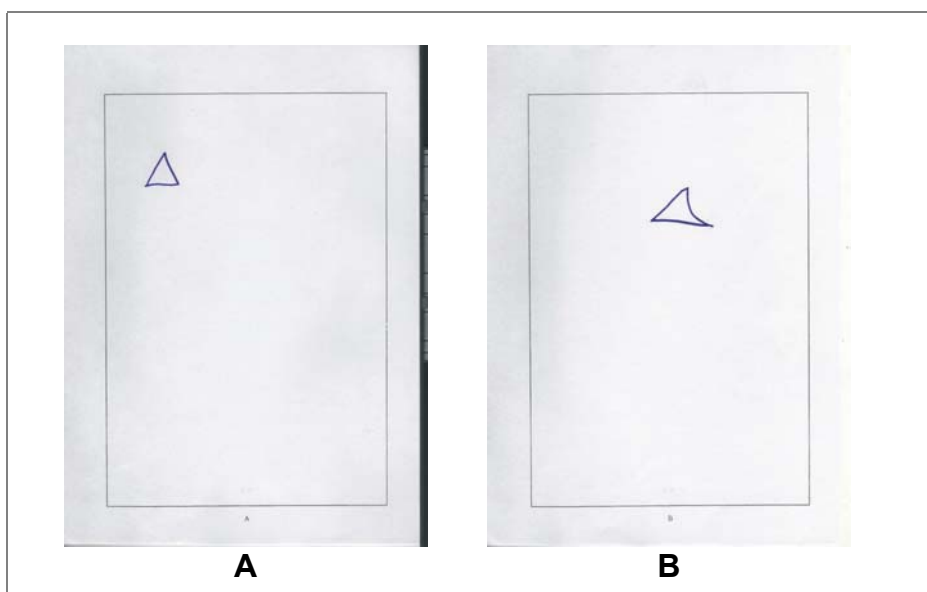


FIGURA 27 - TRIÂNGULOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE D (A, B) NA ATIVIDADE 1

Questionei mais um pouco o que havia de diferente entre os dois triângulos e ela disse que "tem casa que é feita com um triângulo e um retângulo". Insisti mais um pouco e ela disse que "eles têm um lado reto e outro para cá". Indagada sobre a possibilidade de o triângulo ter "um lado para cá", afirmou que podia. Quando questionada sobre quadriláteros, afirmou não saber o que eram. Já quando perguntei se sabia o que era um quadrado ela afirmou que sabia e, em C, desenhou um quadrado. Solicitei que desenhasse um quadrado diferente do anterior, e ela o fez em D.

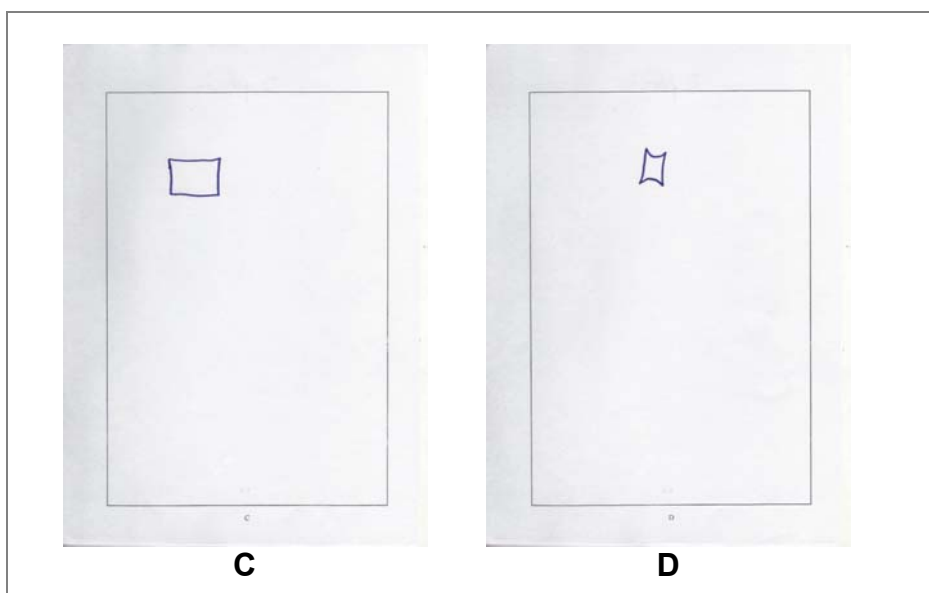


FIGURA 28 - QUADRADOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE D (C, D) NA ATIVIDADE 1

Questionei sobre por que os dois quadrados eram diferentes, e ela justificou explicando a forma como foram desenhados (um foi desenhado começando pelo lado, depois para cima e assim por diante). Mas concluiu que os dois tinham "quatro coisas" (quatro lados) e por isso eram quadrados, mas que o primeiro foi feito todo reto e o outro todo "torto", porém ambos eram quadrados. Pedi que desenhasse um retângulo, e ela desenhou em E.

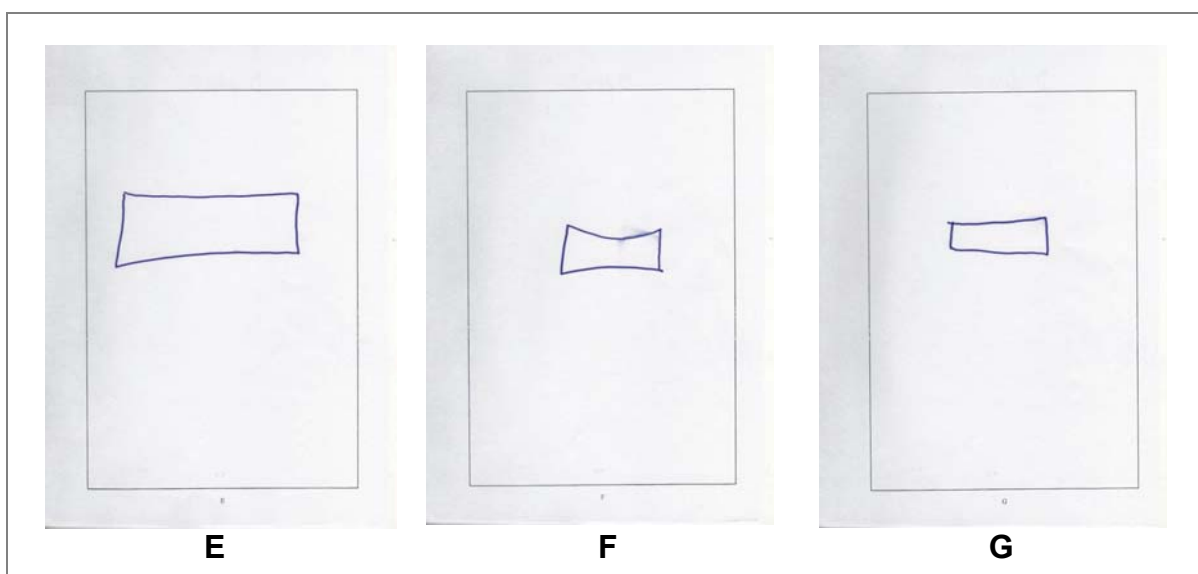


FIGURA 29 - RETÂNGULOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE D (E, F, G) NA ATIVIDADE 1

Ao desenhar, em F, um retângulo diferente, representou-o com linhas curvas. Ao explicar qual a diferença dos dois disse que o desenho F tinha dois lados "deitados" e só dois (lados) que eram retos, já o desenho E era todo reto. Pedi que fizesse um outro retângulo, diferente dos dois anteriores, mas que também fosse "todo reto". Ela desenhou em G, e explicou que era diferente por ser menor que o anterior.

Ao iniciar a atividade 2, solicitei a ela que observasse, na primeira linha, o que fosse triângulo e circulasse.

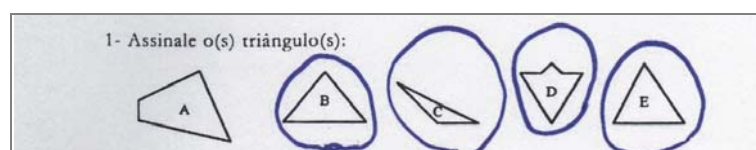


FIGURA 30 - 1.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE D

Ela perguntou o que era triângulo, e se era uma bolinha. Em vez de responder, perguntei a ela se já não havia desenhado um triângulo anteriormente, e ela afirmou que sim, dizendo ter lembrado o que era um triângulo. Circulou então os desenhos B e E. Questionei se havia mais algum triângulo e ela circulou o desenho C, afirmando que era, mas que estava de ponta-cabeça. Questionei se este desenho era triângulo mesmo de ponta-cabeça e ela afirmou que sim. Explicou que o desenho A não era triângulo porque "é uma coisa de quadrado", explicando que para ser triângulo teria que ser como o desenho B. Sobre este desenho, ela explica que é triângulo devido ao formato, o que não ocorreu em A. Já o desenho C ela disse que é triângulo porque "só está de ponta-cabeça daí quando vira assim a folha fica um triângulo". O desenho D ela inicialmente respondeu que não era triângulo porque "parece uma coisa de avião", depois disse que poderia ser. Finalmente, quando questionada se, do jeito que ele estava ali, era ou não um triângulo, afirmou que era, circulando-o. O desenho E ela afirmou que era triângulo por ser igual ao B. Na segunda linha, pedi a ela que circulasse os quadrados e ela circulou o desenho R.

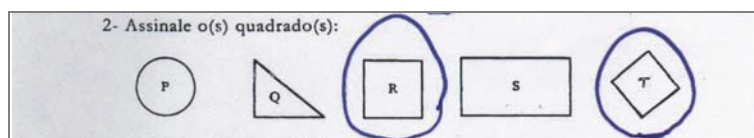


FIGURA 31 - 2.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE D

Perguntei se havia mais algum quadrado, e ela afirmou que não. Explicou que o desenho P não era quadrado porque era círculo. Falou ainda que o desenho Q não era quadrado porque parecia um triângulo, porém afirmou não ser um triângulo "porque ele é para cá", dizendo que para ser triângulo teria que ser como o desenho B. Afirmou que o desenho S não era quadrado porque ele é um retângulo. Já o desenho T ela afirmou inicialmente que não era quadrado, porém, quando foi explicar por que não era, mudou de ideia e disse que era sim, pois "quando vira assim é" circulando-o em seguida. Na atividade abaixo, solicitei que circulasse os retângulos, e ela circulou os desenhos U e Y.

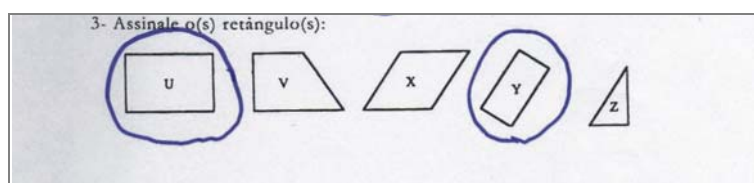


FIGURA 32 - 3.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE D

Quando indagada sobre o fato de V não ser retângulo, explicou que "porque é puxado", explicando ainda que "não é comprido", referindo-se à base menor do trapézio, que deveria ter o mesmo tamanho da base maior. Explicou que o desenho X não era retângulo porque, além de "não ser comprido" como o anterior, parecia um quadrado. Perguntei se este desenho era ou não um quadrado, ela afirmou que não, e nem retângulo. Explicou que o desenho Z não era retângulo porque não era comprido e apontou para a hipotenusa do triângulo, falando que "tem essa coisinha aqui". Questionei o fato de ela afirmar que o triângulo (da primeira linha da atividade 2) pode "ser virado" mas que o desenho Q não era triângulo porque "estava virado". Ela não explicou mas afirmou que o desenho Q era triângulo.

Na atividade 3, quando perguntei se o primeiro desenho (A) era ou não quadrado, ela afirmou que era, já que ele tem "esses coisas aqui, só esse aqui que é diferente, mas é quadrado".

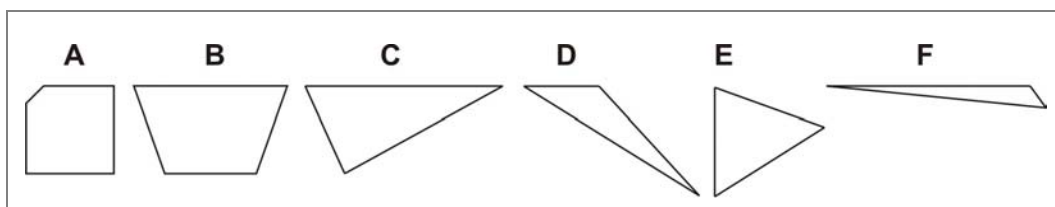


FIGURA 33 - ATIVIDADE 3

Com isso, questionei se com aquele "negocinho" sendo diferente continuava sendo quadrado, e ela afirmou que sim. Quando indaguei se o segundo desenho (B) era um retângulo ela respondeu que não, e quando perguntei por quê, ela indagou: "retângulo comprido?". Respondi que era como o apresentado na atividade 2, com a letra U. Com isso ela mudou sua resposta e disse que o desenho B era um retângulo. Sobre o terceiro desenho (C), afirmou que era um triângulo por causa dos lados. Disse que o quarto desenho (D) também era triângulo por causa dos lados. Disse que o quinto desenho (E) também era triângulo e que o último desenho (F) era um triângulo "bem puxado", mas que era, sim, um triângulo, desde que virando a folha, e que sem virar a folha ele não era triângulo. Questionei, então, se, se eu virasse a folha, o quarto desenho (D), que ela havia afirmado que era triângulo, continuaria sendo triângulo, e ela afirmou que sim. Perguntei se um deles continuava sendo triângulo mesmo com a folha virada e o outro não, e ela confirmou, ou seja, em alguns casos o desenho continua sendo triângulo com a folha virada e em outros casos não.

Uma última atividade foi feita com esta estudante. Solicitou-se a ela que explicasse, para alguma criança que nunca tivesse visto um triângulo, que, sem desenhar, explicasse como é um triângulo. Ela, de forma muito rápida, disse que desenharia no chão. Expliquei novamente que não seria possível desenhar, nem no papel nem no chão, somente falando. Ela explicou que: "faz um A [...] daí embaixo, bem na ponta do A, faz um risco assim". Ao explicar como seria um quadrado, disse

que teria que ter quatro riscos, dois pequenos e um grande embaixo e em cima. Perguntei o que ela faria se a criança apontasse o desenho U (da atividade 2) como sendo um quadrado e ela disse que não, que teria que ser como o desenho R. Explicou que o quadrado teria que ser pequeno, e não comprido. Quando foi explicar sobre o retângulo, disse que teria que ser comprido, dois "riscos" (lados) grandes e do lado (na vertical), também teria que ser comprido, porém menor que os outros (da horizontal).

### **Interpretações do pensamento matemático da estudante D**

Na atividade 3 e no desenho D da atividade 2, percebeu-se que a estudante se orienta muito pelo protótipo, explicando, ainda, que é 'porque se parece com' ou ainda que 'é igual a'. Nota-se que ela não tem consciência das propriedades das figuras, mas que observa se o formato da figura é ou não semelhante a um modelo. Observa-se, ainda, que ela reconhece as figuras mesmo em posição em que a base não é paralela à folha. Na atividade 3, mostrou ainda confundir-se com a nomenclatura das figuras. Apesar de reconhecer a maioria dos triângulos, ela ainda acredita que em alguns casos pode-se virar a figura e ela continuar sendo triângulo, mesmo sem que a base permaneça paralela à folha, porém em alguns casos isso não é possível, o triângulo "deixa de ser triângulo" quando a folha é virada. A estudante, ao desenhar triângulos, fez o segundo não com semirretas, mas com linhas curvas. Após várias perguntas, acabou falando que um deles havia sido com "um lado para cá", referindo-se ao lado que não estava sendo formado por semirretas, dizendo ser possível que isso ocorresse. Considera o quadrado o desenho que tem quatro lados, porém, na atividade 2, só considerou os quadrados (com quatro lados de mesma medida e quatro ângulos retos), ignorando os demais desenhos de quatro lados. Em sua explicação sobre o quadrado, considerou-o como uma figura com 4 lados desde que pequenos. O triângulo, segundo ela, é como um "A". Quanto ao retângulo, explicou que teria que ser uma "figura comprida", assim como todas as suas justificativas traziam esta argumentação.

### Manifestações da estudante C sobre Geometria

A estudante C é do 2.º ano. Ao ser questionada se sabia o que era um triângulo, afirmou que sim e, ao desenhar em A, virou a folha (colocando-a na horizontal) e fez um triângulo com a base paralela à margem inferior da folha. Solicitei que fizesse um triângulo diferente do primeiro e ela perguntou se poderia ser de *cobrinhas*. Afirmar que poderia ser do jeito que ela quisesse, e ela fez um triângulo em B, representado com linhas curvas.

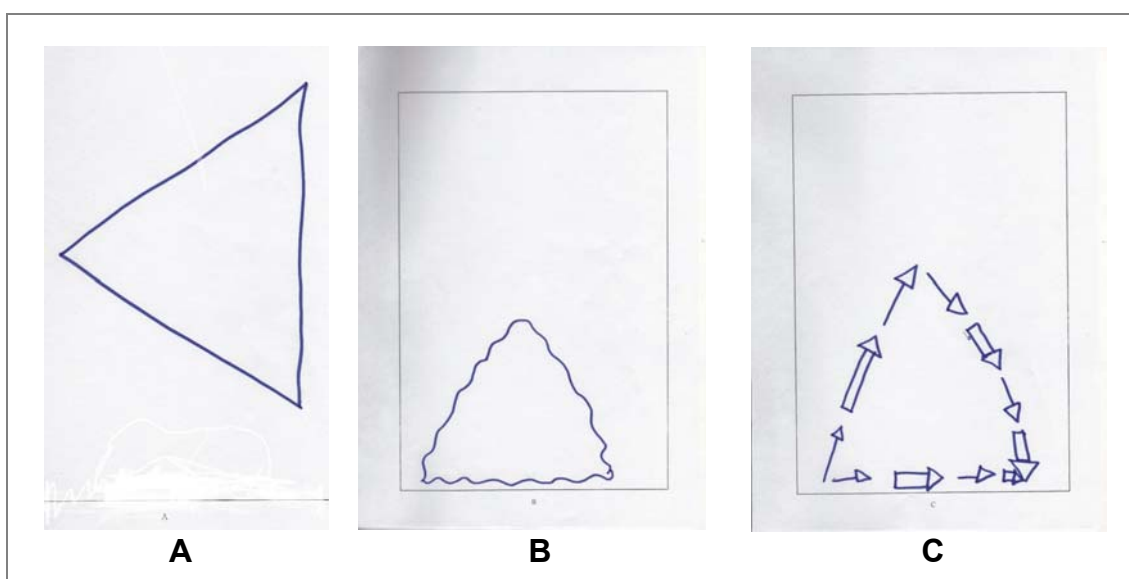


FIGURA 34 - TRIÂNGULOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE C (A, B, C) NA ATIVIDADE 1

Questionei se aquele desenho feito por ela era um triângulo e ela afirmou que sim. Perguntei também se os dois triângulos eram iguais e ela afirmou que não, já que um estava deitado (A) e outro "de pé" (B). Nesse momento ela não lembrou que, ao desenhar o primeiro triângulo, ela havia virado a folha para fazê-lo. Perguntei se ela poderia fazer um triângulo diferente dos dois e ela afirmou que sim, representando-o em C. Perguntei como ela havia feito aquele triângulo, e ela explicou que foi fazendo *flechinhas*. Indaguei se ele era diferente dos anteriores e ela afirmou que sim, explicando: "porque esse aqui (C) está de pé, mas é de *flechinhas*, esse daqui (B) está com *cobrinha* e esse daqui (A) está *retinho*". Questionei se ela sabia o que era um quadrilátero e ela disse que não. Perguntei se sabia o que era um quadrado



e ela disse que sim, representando-o em D. Indaguei se ela sabia fazer um quadrado diferente do anterior e ela afirmou que sim, desenhando-o em E.

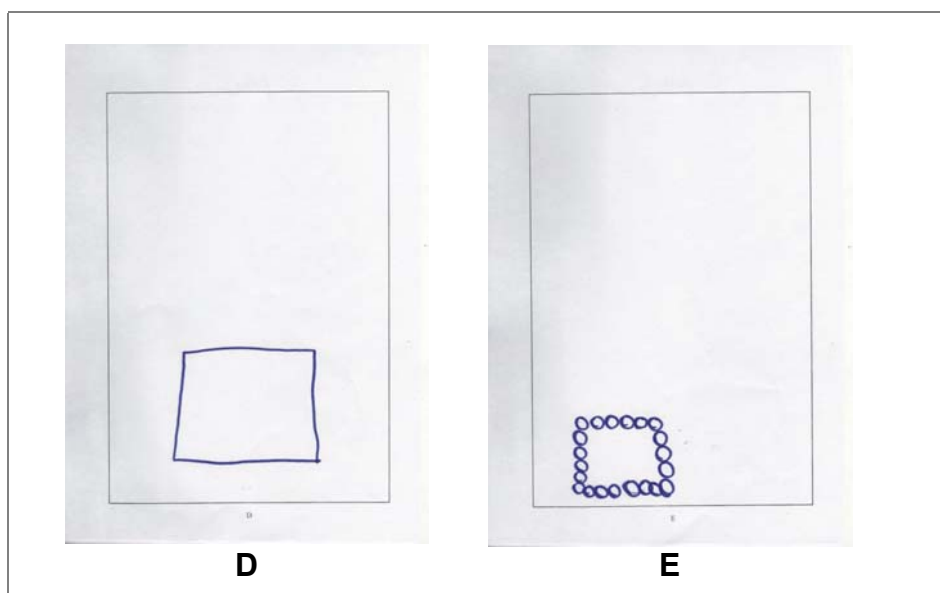


FIGURA 35 - QUADRADOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE C (D, E) NA ATIVIDADE 1

Ao responder por que eles eram diferentes, ela explicou: "porque esse daqui é de *bolinha* e esse aqui é *retinho*". Questionei se ela sabia o que era um retângulo e ela afirmou que sim, desenhando em F. Quando questionei se sabia fazer um retângulo diferente do anterior ela o fez em G, explicando que eram diferentes "porque esse é *reto* (F) e esse é de *bananinha* (G)".

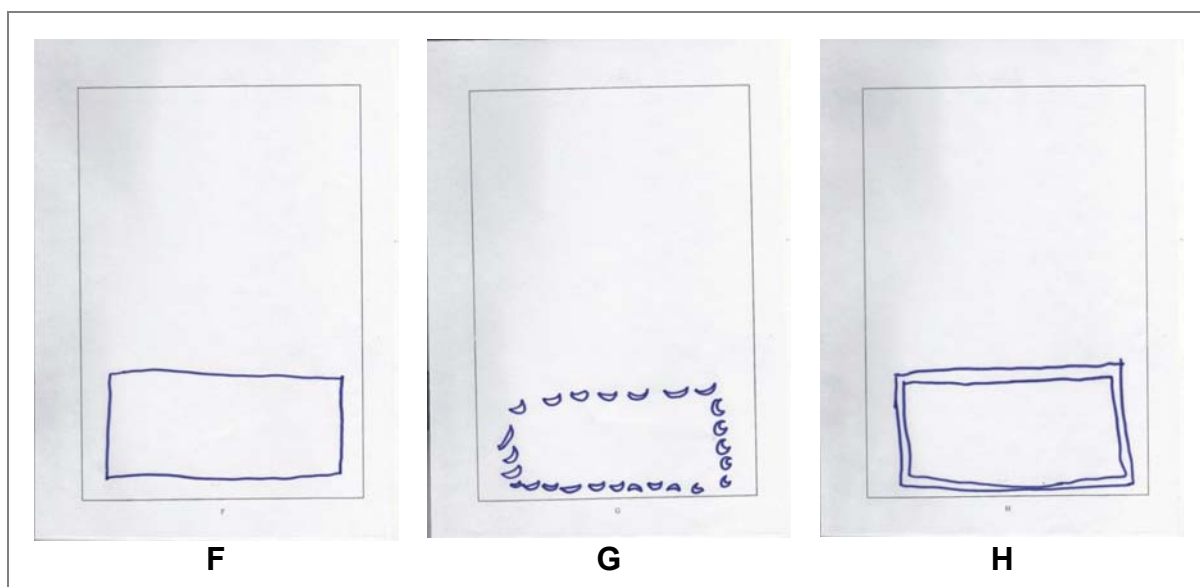


FIGURA 36 - RETÂNGULOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE C (F, G, H) NA ATIVIDADE 1

Perguntei se sabia fazer um retângulo diferente desses dois, mas que fosse *reto*. Ela afirmou que sim, e representou-o em H, explicando que eram diferentes "porque esse daqui (H) tem esse risquinho que fica retinho".

Na atividade 2 solicitei que, na primeira linha, circulasse o que fosse triângulo. Ela circulo os desenhos B e E.

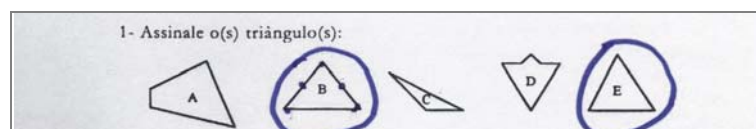


FIGURA 37 - 1.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE C

Questionei se havia mais algum triângulo, e ela afirmou que não. Perguntei por que o desenho A não era triângulo e ela explicou: "porque ele tem esse risquinho aqui e ele não tem uma ponta", referindo-se ao menor dos lados do quadrilátero. Sobre o desenho C, explicou: "porque ele tem uma ponta mais diferente e ele não é de pé". Nesse momento, perguntei se o triângulo tinha que ser "de pé" e ela afirmou que sim. Perguntei ainda a que "ponta diferente" ela se referia, e ela explicou que um lado era maior e outro menor. Questionei por que o desenho D não era triângulo e ela explicou: "porque ela está virado e ele está com uma ponta aqui, e ele não tem um risco aqui", referindo-se aos menores lados do hexágono. Questionei se o desenho seria triângulo sem a "ponta" e ela afirmou que sim. Perguntei ainda se mesmo virado era triângulo, e ela afirmou que sim. Na segunda linha, pedi que circulasse o que fosse quadrado e ela circulo o desenho R.

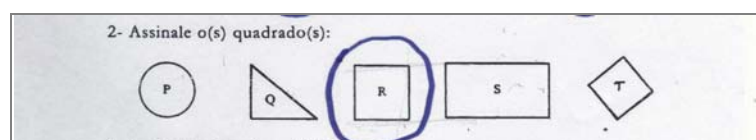


FIGURA 38 - 2.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE C

Perguntei se havia mais algum quadrado e ela afirmou que não. Ao explicar por que o desenho P não era quadrado, disse: "porque ele é redondo". O desenho

Q, segundo ela, não é quadrado "porque ele é como um triângulo, ele é deitado". Questionei então se esse desenho era um triângulo e ela afirmou que não, já que "ele tem uma ponta aqui (de cima) que nem esse daqui (desenho B), esse daqui é mais fino (Q), esse daqui é mais grosso (B)". O desenho S, segundo ela, não era quadrado "porque ele tem essa ponta aqui, esse é maior (S) e esse é menor (R)". Perguntei se tinha que ser menor e ela afirmou que sim, dizendo que se for maior "não fica um quadrado". Explicou ainda que "se tivesse um risquinho aqui (no centro da figura, na vertical), daí ia ficar um quadrado". Ao explicar por que o desenho T não era quadrado, justificou: "porque ele é um... quase que nem a bandeira do Brasil, porque ele tem essa ponta aqui, essa ponta aqui, essa ponta aqui e essa ponta aqui", referindo-se aos vértices do desenho, afirmando que este não era um quadrado, considerando que só seria quadrado se estivesse com lados paralelos à margem da folha. Na terceira linha, circulo os desenhos U e Y como sendo retângulos.

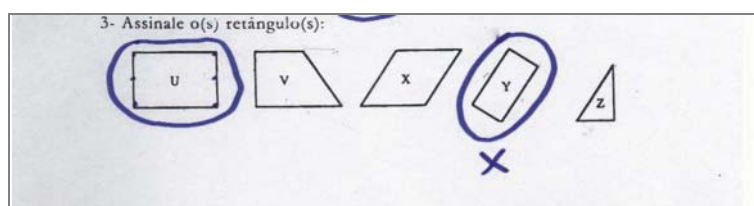


FIGURA 39 - 3.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE C

Ao explicar por que o desenho V não era retângulo, ela explicou: "esse daqui tinha que ter mais um pouquinho de ponta aqui", referindo-se à base menor do trapézio que deveria ter a mesma medida da base maior. Explicou que o desenho X não era retângulo "porque ele não tem o risquinho aqui e nem aqui, tinha que ter mais um aqui", referindo-se aos lados do paralelogramo que deveriam ser maiores, de tal forma que ficassem perpendiculares à base. Explicou que o desenho Z não era retângulo porque "ele é que nem um triângulo só que ele fica deitado (virado)". Questionei se o desenho Z era ou não triângulo e ela afirmou que não, dizendo: "esse (Y) tem quatro pontas e esse (Z) tem três". Perguntei se para ser retângulo teria que ter quatro

*pontas*, e ela afirmou que sim. Questionei se o desenho V, que tem quatro *pontas* não era retângulo e ela afirmou que não, porque "não tem o risquinho aqui", referindo-se ao lado que não forma  $90^\circ$  com a base. Na atividade 3, perguntei se o primeiro desenho (A) era um quadrado e ela disse que não, "porque ele não tem uma ponta aqui". Afirmou, ainda, que se tivesse a "ponta" ele seria um quadrado.

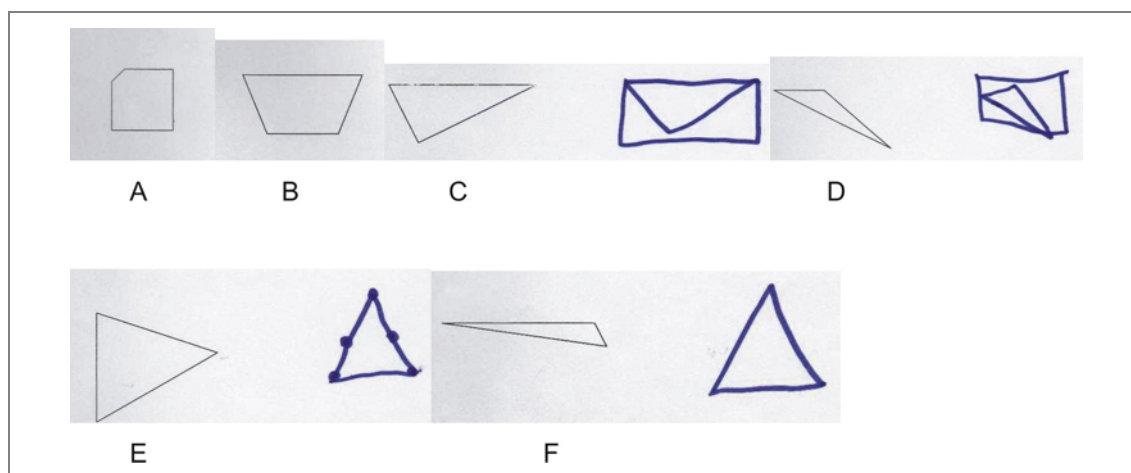


FIGURA 40 - ATIVIDADE 3 REALIZADA PELA ESTUDANTE C

Disse que o segundo desenho (B) não era retângulo porque "ele tinha que ter uma ponta aqui e uma ponta aqui", referindo-se aos lados que não são perpendiculares com a base. O terceiro desenho (C) ela afirmou que não era um triângulo "porque ele tinha que ter uma ponta aqui e uma ponta pequena aqui, uma grande aqui e uma pequena aqui", fazendo a representação de um retângulo. Pedi a ela que desenhasse, ao lado do desenho, como ele deveria ser. Pelo desenho, percebe-se que ela representou um retângulo, provavelmente confundindo as nomenclaturas. Perguntei se o quarto desenho (D) era um triângulo e ela afirmou que não, desenhando ao lado como deveria ser. Nesse momento questionei a ela se o triângulo que ela estava desenhando não estava muito diferente do que ela havia circulado em B (da atividade 2) e ela disse: "está porque ele está deitado (D) e esse daqui está de pé (B da atividade 2)". Perguntei novamente se o quarto desenho (D) não era triângulo e ela continuou afirmando que não. Perguntei então se esse segundo desenho feito

por ela nesta folha não estava parecendo com o retângulo representado pela letra U. Inicialmente ela disse que não, depois disse que estava quase. Pedi então que me mostrasse como era um triângulo, e ela apontou o desenho B da atividade 2. Perguntei se o quinto desenho (E) era ou não um triângulo e ela disse que não, já que "ele está virado para lá". Questionei se, "virado para lá", não poderia ser triângulo e ela disse que não era, desenhando ao lado como este deveria ser. No último desenho (F) ela respondeu que não era triângulo porque "ele não é mais grosso, é um pouco fininho", desenhando ao lado como teria que ser. Perguntei novamente se o terceiro desenho desta folha (C) não era triângulo e ela disse que não, explicando: "ele tem uma ponta aqui, uma ponta aqui, e uma ponta aqui daí são três pontas. Esse aqui (desenho B da atividade 2) tem uma, duas, três, só que aqui dá para fazer mais uma bolinha e fica com quatro". Nesse momento ela representou as "bolinhas" citadas por ela no desenho B da atividade 2. Questionei o que seria "fazer mais uma bolinha" e ela explicou: "aqui, mais uma bolinha aqui e fica com quatro", mostrando no desenho como ficaria. Perguntei se o triângulo tem quatro pontas e ela respondeu "acho que tem cinco porque aqui tem quatro, cinco pontinhas". Nesse momento fez mais uma marca no desenho B da atividade 2. Questionei o fato de ela ter dito anteriormente que o quinto desenho da atividade 3 (E) não era triângulo porque estava virado, mas ela circulou, na atividade 2, o desenho Y como sendo retângulo. Perguntei se o retângulo pode ficar virado e ela disse que não. Nesse momento, fez um X abaixo do desenho indicando que havia marcado errado, e que aquele desenho não representava um retângulo. Pedi que imaginasse uma criança que não tivesse visto um triângulo e solicitei a ela que explicasse a esta criança como é um triângulo, sem desenhar. Explicou que "ia fazer assim: ia subir, daí ia descer, daí fazer uma ponta deitada, daí faz uma pontinha, uma pontinha aqui e uma pontinha aqui". Questionei, nesse momento, quantas "pontas" têm um triângulo e ela afirmou que eram "três, mas se tiver duas do lado fica com cinco", marcando, no desenho feito anteriormente por ela. Pedi que explicasse como seria um quadrado e ela disse que "ia explicar que

tinha quatro pontas, daí tinha que fazer uma ponta em pé, outra ponta em pé, uma outra ponta deitada, outra ponta deitada, uma em cima, outra embaixo e outra do lado", referindo-se, ao falar em "pontas", aos lados do quadrado. Perguntei o que faria se a criança apontasse o desenho U como sendo um quadrado. Ela falou que explicaria que "não é certo porque ele é como se fosse uma parte de uma casa", e que o retângulo representado pela letra U não era assim. Disse que o desenho U teria 6 pontas, representando-as no desenho. Solicitei então que explicasse como teria que ser um retângulo. Nesse momento ela fez, com o movimento das mãos, a representação de um triângulo, explicando cada uma das ações e contando as "cinco pontas". Perguntei novamente como ela explicaria o retângulo e ela apontou para o desenho U. Pedi que explicasse, sem apontar, como era o retângulo. Falou que "é como uma parte de uma casa [...] com quatro pontas". Nesse momento ela se contradisse, já que anteriormente justificou que U não era quadrado porque não era "como uma parte de uma casa", e agora explicou que para ser retângulo teria que ser "como uma parte de uma casa". Questionei se, sendo com quatro pontas, não era quadrado e ela afirmou que não. Perguntei qual a diferença entre o retângulo e o quadrado e ela explicou que um era menor (quadrado) e o outro era maior (retângulo).

### **Interpretações do pensamento matemático da estudante C**

A estudante, na maioria das vezes, relaciona corretamente o nome das figuras com o desenho. Percebe-se que ela ainda se confunde quanto à nomenclatura do triângulo e do retângulo, o que pode ser observado na atividade 3, já que desenhou triângulos quando solicitei que desenhasse retângulos e vice-versa. Na atividade 1, em vez de fazê-los utilizando somente semirretas, o fez utilizando desenhos como flechas, "cobrinhas", "bananinhas" e círculos. Considera que as figuras geométricas precisam ter a base paralela à margem da folha. Ela, que inicialmente dizia que o triângulo tem "três pontas" (referindo-se aos vértices) e que o retângulo tinha quatro, ao final da atividade 3 afirmou que o triângulo teria que ter cinco "pontas", explicando

que, além das "pontas" que nós vemos (os vértices), há mais duas que ficam "escondidas", que ela representou sobre os lados no desenho B da atividade 2. Ao explicar o que considera um triângulo, faz a descrição deste: "ia subir, daí ia descer, daí fazer uma ponta deitada, daí faz uma pontinha aqui, uma pontinha aqui e uma pontinha aqui". Quando questionada sobre quantas "pontas" tem o triângulo ela afirma que são três, mas que existem duas do lado e ficam cinco. Ela só considera como triângulos aqueles em que a base é paralela à margem inferior da folha. Além disso, considera que o triângulo precisa ter lados com medidas próximas, ou seja, se a medida de um lado for muito maior que a outra não é considerado por ela como um triângulo. O quadrado, segundo ela, só o é se estiver com a base paralela à margem da folha. Além disso, considera-o como uma figura de quatro "pontas" (vértices). Quando solicitada a explicar qual a diferença entre o quadrado e o retângulo, já que ambos tinham quatro "pontas", disse que o quadrado era menor e o retângulo maior. Além disso, na sua explicação de retângulo, afirmou que este tem seis pontas, representando-as no desenho U. Apesar de inicialmente ela ter considerado o retângulo Y como tal, no decorrer das atividades mudou de ideia, dizendo que "tinha marcado errado".

### **Manifestações da estudante B sobre Geometria**

A estudante B é do 3.º ano. Realizou primeiramente as atividades, e a gravação foi feita na retomada das atividades realizadas por ela. Durante essa retomada, modificou algumas de suas respostas e justificativas. Solicitei a ela que desenhasse um triângulo, e ela o fez em A. Depois, ao representar um triângulo diferente, representou-o em B. Um terceiro triângulo feito por ela foi representado em C, em que ela virou a folha de tal forma que, quando desenhou, a base ficou paralela à margem inferior da folha.

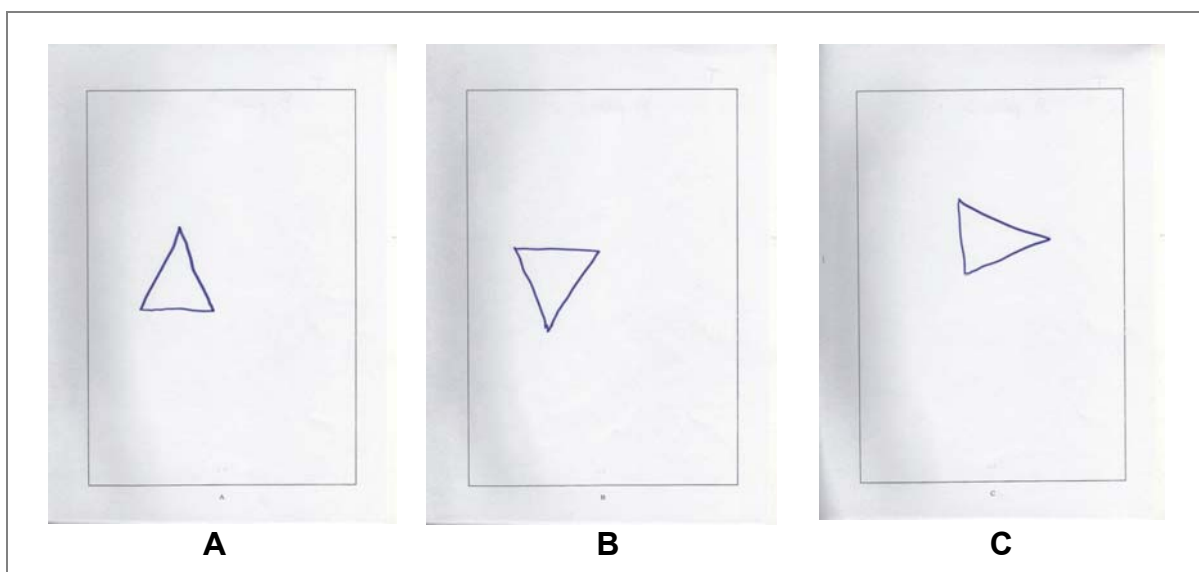


FIGURA 41 - TRIÂNGULOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE B (A, B, C) NA ATIVIDADE 1

Em sua justificativa, durante a retomada das atividades, questionei por que aqueles triângulos eram diferentes e ela explicou que "um está com a ponta para cima, este aqui está errado porque está com a ponta para baixo e esse daqui também está errado porque está com a ponta para o lado". Ao perguntar-lhe sobre um quadrilátero, afirmou não saber o que era. Em seguida, pedi à estudante que desenhasse um quadrado. Ela o fez em D, e depois, em E.

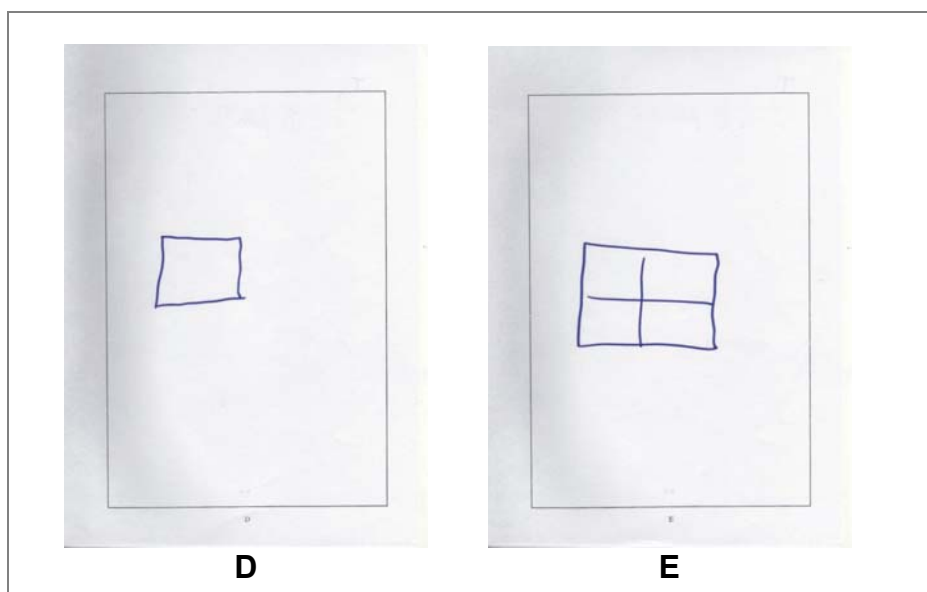


FIGURA 42 - QUADRADOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE B (D, E) NA ATIVIDADE 1



Ao explicar por que os dois quadrados eram diferentes, disse: "porque um está sozinho, limpinho no meio, o outro já tem essas outras coisas. Esse aqui tem quatro quadrados (referindo-se ao representado em E)". Ela não soube desenhar um quadrado diferente, então pedi que desenhasse, em F, um retângulo. Ela representou e, em G, fez um retângulo diferente do primeiro. Fez ainda, em H, um retângulo diferente dos outros dois.

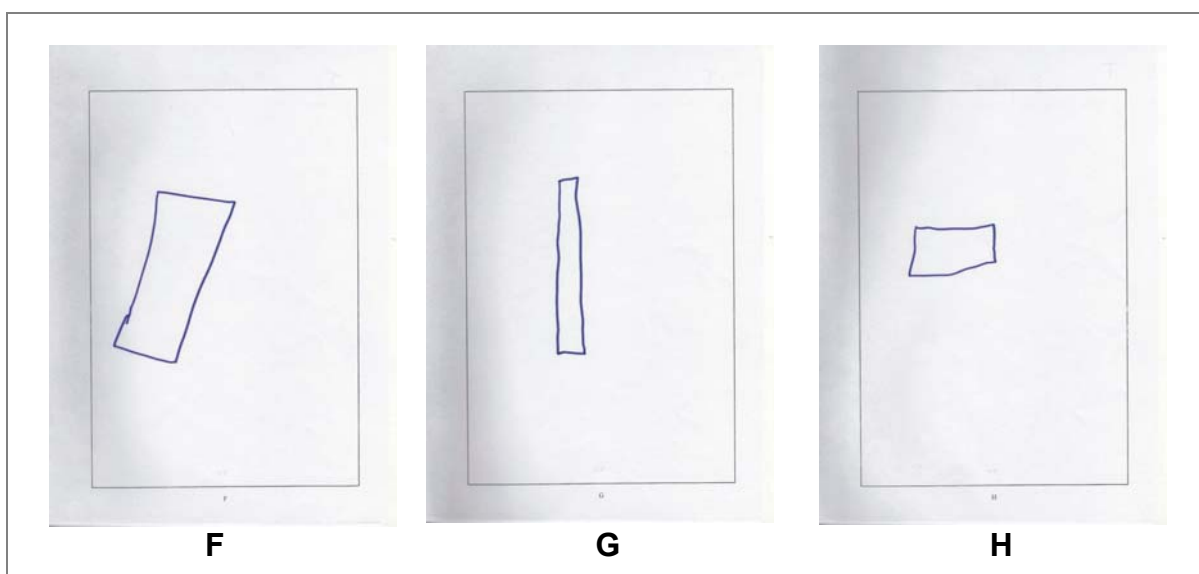


FIGURA 43 - RETÂNGULOS REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE B (F, G, H) NA ATIVIDADE 1

Disse que eram diferentes "porque um é mais gordinho (F), o outro é mais fino (G) e esse aqui (H) ele é gordo e pequeno, gordo, pequeno e magro. Não, gordo e pequeno". Disse ainda que o primeiro (F) parecia com a mesa em que estávamos (uma mesa grande, de refeitório), já o segundo (G) parecia com o pilar e o terceiro (H) com a carteira da sala de aula. Na atividade 2, solicitei que circulasse, na primeira linha, o que fosse triângulo. Ela circulou os desenhos B e E.

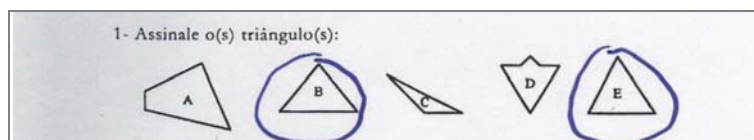


FIGURA 44 - 1.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE B

Explicou que o desenho A não era triângulo porque "faltava essa ponta aqui, certa, igual a essa", referindo-se ao menor dos lados do quadrilátero. Em seguida, disse que o desenho C não era triângulo porque "essa parte é mais esticada que essa e aqui tinha que ser um pouquinho mais pequeno". Com isso, mostrou que o maior dos lados do triângulo deveria ser menor, com a medida parecida com as demais. Quanto ao desenho D, disse que não era triângulo porque "ele tem uma pontinha em vez de ser reto", referindo-se aos menores dos lados do hexágono. Perguntei se, se não tivesse aquela "pontinha", ele seria triângulo e ela afirmou que sim. Na segunda linha contornou o desenho R como sendo quadrado.

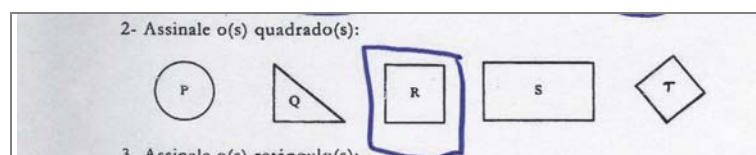


FIGURA 45 - 2.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE B

Disse que o desenho P não era quadrado porque era retângulo, depois corrigiu dizendo que era redondo. O desenho Q não era quadrado, segundo ela, porque "é quase igual a um triângulo". Perguntei se este desenho era ou não um triângulo e ela disse que não, já que "essa parte é mais esticada do que essa", referindo-se à diferença nas medidas dos lados. Explicou que o desenho S não era quadrado, já que era um retângulo. O desenho T, segundo ela, não era quadrado porque "é igual a uma pipa". Questionei se quando "é igual a uma pipa" não é quadrado, e ela afirmou que não. Na terceira linha, pedi que circulasse os retângulos e ela contornou os desenhos U e Y.

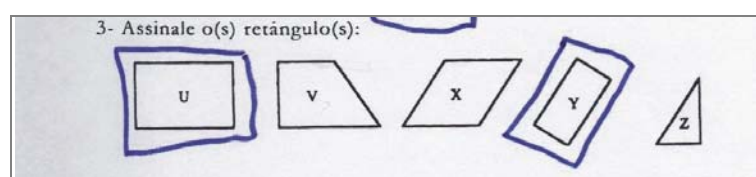


FIGURA 46 - 3.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE B

Disse que o desenho V não era retângulo porque "essa parte aqui tinha que ser um pouco mais até essa ponta aqui e ser assim (formando ângulo reto) e não assim. Senão ia ser como se cortasse o pão errado". Explicou que o desenho X não era retângulo porque "ele é igual um quadrado". Quando perguntei se o desenho X era ou não quadrado ela afirmou que não. Perguntei por que o desenho Y era retângulo e ela não soube responder. Ao explicar por que o desenho Z não era retângulo, ela disse que era porque "ele também é quase igual um triângulo". Perguntei se o desenho era ou não triângulo e ela disse que não, já que um dos lados era maior que os outros. Na atividade 3, disse que o primeiro desenho (A) não era quadrado porque faltava uma "pontinha", referindo-se ao menor dos lados do pentágono.

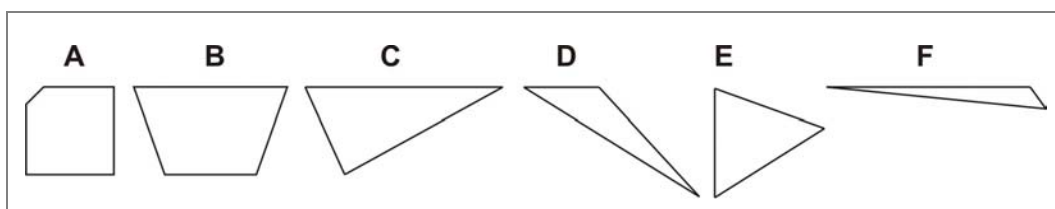


FIGURA 47 - ATIVIDADE 3

Disse que o segundo desenho (B) não era retângulo, já que os lados estavam "tortos", referindo-se ao fato de os lados não serem perpendiculares à base. Quanto ao terceiro desenho (C), afirmou não ser triângulo, já que o menor dos lados "é torto" e o outro lado é maior que os outros dois. Disse que o quarto desenho (D) não era triângulo, e sua justificativa foi a mesma apresentada para o desenho anterior (um lado maior que os demais). Já o quinto desenho (E) ela disse que era triângulo, já que "ele tem tudo igual do triângulo", referindo-se ao formato do desenho. O último desenho (F) ela disse que não era triângulo porque "é muito grudadinho e um lado muito pequeno". Quando solicitei que explicasse a uma criança como deveria ser um triângulo (sem poder desenhar), ela disse que "ia falar que embaixo é reto, em cima tem uma pontinha, e para terminar o triângulo tem que fazer duas partes (lados) iguais". Para explicar como é um quadrado, disse que

"todas as partes são iguais", referindo-se aos lados do quadrado. No retângulo, explicou que "ele é em cima e embaixo reto, só que pequeno e é mais esticado na parte que está subindo".

### **Interpretações do pensamento matemático da estudante B**

A retomada das atividades com a estudante fez com que ela mudasse algumas respostas no decorrer das atividades. Inicialmente, na atividade 1, ao representar os desenhos solicitados, representou-os em diversas posições, sem se preocupar se a base estava ou não paralela à margem da folha. Já na retomada das atividades afirmou ter feito errado e que, do jeito como os desenhos dos triângulos estavam, eles não eram triângulos. Na atividade 2, considerou triângulos somente os acutângulos, relatando, ao observar triângulos obtusângulos, que estes são "muito grudadinhos". Afirmou que o desenho Z não é triângulo porque tem um lado maior do que o outro. Considera que os triângulos precisam ter lados de mesma medida (ou ao menos muito próximas), o que faz com que eles sejam apenas triângulos acutângulos isósceles ou equiláteros. Em sua explicação de triângulo, disse que um dos lados tem que ser reto (no caso que tem que ter a base paralela à margem inferior da folha) e que tem que ter duas "partes" (lados) iguais (no caso, um triângulo isósceles). O quadrado, ao ser representado de maneira diferente do primeiro, foi feito repartido em mais quatro quadrados. Explicou que o segundo tinha quatro quadrados, já o primeiro estava "sozinho, limpinho no meio". O quadrado só foi considerado quando estava com a base paralela à folha, afirmando que o desenho T parecia "igual a uma pipa" e, sendo assim, não era quadrado. Para explicar o quadrado, afirmou que teria que ter todos os lados iguais (com mesma medida). Os retângulos representados por ela ficaram diferentes não só no tamanho, mas também na forma de representação, já que dois deles tinham a altura maior que o comprimento; já o terceiro tinha o comprimento maior que a altura. Considera que os retângulos podem estar com a base não paralela à margem da folha, já que circulou o desenho F da atividade 2. Para explicar o retângulo, afirmou que ele precisa ter lados paralelos à margem

inferior da folha, retos e pequenos; já "a parte que está subindo" é maior. Isto contradiz o desenho feito por ela e a atividade 2, em que ela circulo o desenho Y como retângulo mesmo não apresentando a base paralela à margem da folha.

### Manifestações da estudante A sobre geometria

A estudante A é do 3.º ano. Solicitei a ela que representasse um triângulo, e ela o fez em A. Perguntei se sabia fazer um triângulo diferente do anterior e ela disse que não; falou que não ia conseguir e não quis nem tentar.

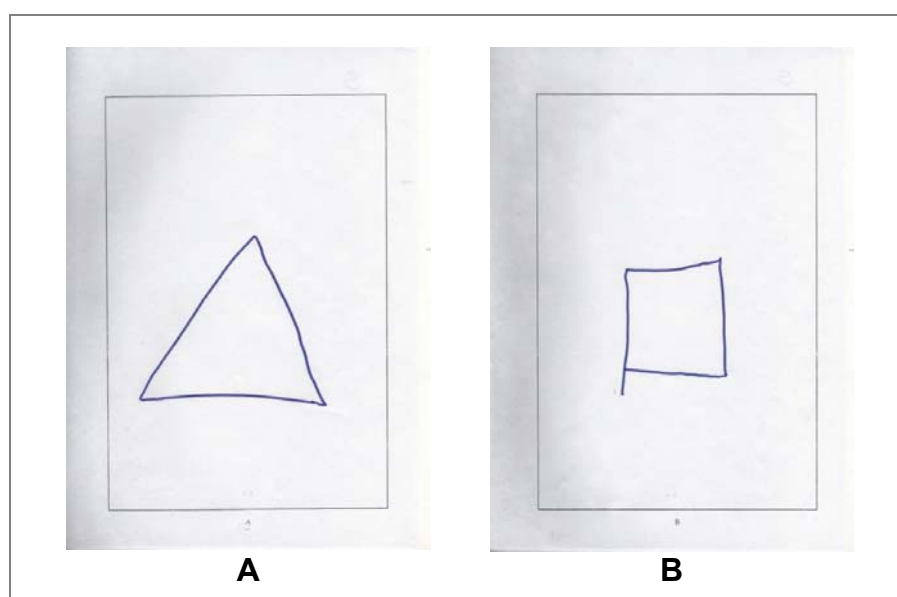


FIGURA 48 - TRIÂNGULO (A) E QUADRADO (B) REPRESENTADOS PELA ESTUDANTE A NA ATIVIDADE 1

Perguntei se sabia o que era um quadrilátero, ela disse que não. Indaguei se sabia o que era um quadrado e ela disse saber, fazendo o desenho em B. Após ter feito o desenho, disse que "ficou meio que um triângulo". Perguntei por que e ela disse que teria que cortar (no caso o segmento que ela fez maior). Questionei a ela o que era um triângulo e ela corrigiu-se, dizendo que não era triângulo, e sim retângulo. Perguntei-lhe o que um triângulo precisa ter para ser considerado triângulo e ela não soube responder. Fiz o mesmo questionamento em relação ao quadrado e ela também não soube responder. Solicitei que fizesse um quadrado diferente, porém ela

disse que não iria conseguir, e não quis tentar. Pedi que desenhasse um retângulo e ela perguntou como eu queria que ela desenhasse ("desenho de assim ou de assim?", questionando se eu queria com a altura maior ou o comprimento). Expliquei que ela deveria fazer como quisesse, e ela desenhou em C.

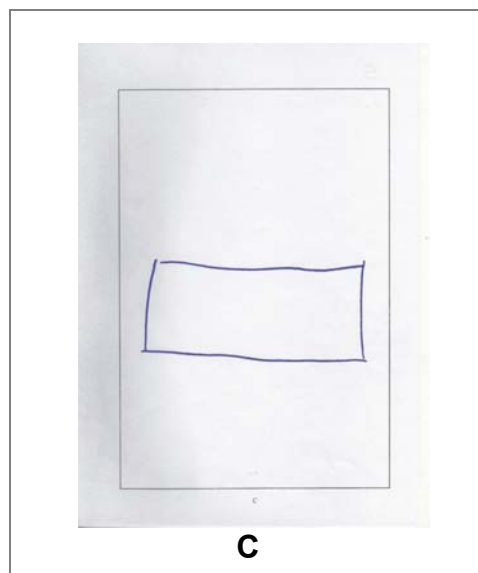


FIGURA 49 - RETÂNGULO REPRESENTADO PELA ESTUDANTE A (C) NA ATIVIDADE 1

Pedi que representasse um retângulo diferente, e ela disse não saber como fazer. Perguntei a ela qual a diferença entre o quadrado e o retângulo, e ela respondeu que o retângulo era maior e o quadrado menor. Perguntei se eles tinham algo em comum e ela disse inicialmente que não, mudando sua resposta em seguida. Disse que tinha "essas pontas aqui", referindo-se aos vértices do desenho. Indaguei por que os três desenhos eram diferentes (triângulo, quadrado e retângulo) e ela referiu-se ao formato, explicando que o quadrado já era diferente do retângulo e que tinha um formato diferente do triângulo.

Na atividade 2, pedi a ela que circulasse, na primeira linha, o que fosse triângulo. Ela circulou os desenhos B e E.

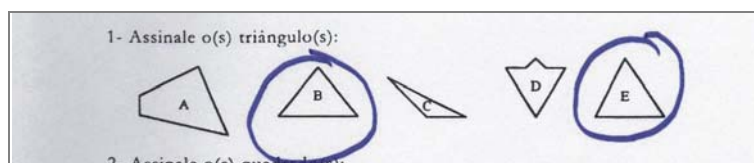


FIGURA 50 - 1.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE A

Perguntei se havia mais algum triângulo, e ela disse: "tem esse aqui (D), mas ele tem uma pontinha diferente". Perguntei se ele era ou não triângulo e ela disse que não era. Indaguei por que o desenho A não era triângulo, e ela disse não saber. Depois, disse: "porque ele tem algumas pontas que são diferentes". Perguntei que "pontas" eram diferentes e ela explicou: "as pontas não, a maneira de fazer", mostrando que "para fazer o triângulo teria que cortar aqui, tirar essa parte aqui", referindo-se a unir o vértice inferior esquerdo do quadrilátero com o vértice superior direito. Ao explicar por que o desenho C não era triângulo, disse: "porque ele já é mais fininho". Perguntei se, se fosse "fininho", não poderia ser triângulo, e ela afirmou que "poder pode, mas esse aqui já é mais diferente porque essa parte aqui é maior do que essa", explicando que os lados teriam que ter medidas iguais. Perguntei se o triângulo não poderia ter "uma parte maior que a outra" e ela respondeu que não. Questionei se o desenho D era triângulo e ela disse que não "porque tem essa parte aqui", referindo-se aos menores dos lados do hexágono. Afirmou ainda que, se não tivesse aquela "ponta", ele seria um triângulo. Na segunda linha, pedi a ela que circulasse o que fosse quadrado e ela circulou o desenho R.

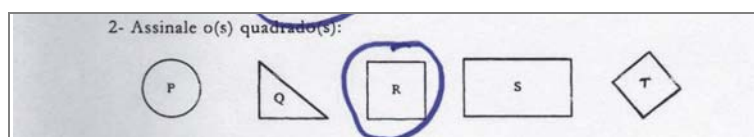


FIGURA 51 - 2.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE A

Perguntei se havia mais algum quadrado, e ela afirmou que não. Ao explicar por que o desenho P não era quadrado, ela disse: "porque não tem ponta". Questionei se, para ser quadrado, precisava ter "ponta" e ela disse que sim. Ao explicar por que

o desenho Q não era quadrado, disse: "porque ele já parece um triângulo". Perguntei se ele era ou não triângulo e ela afirmou que era. Disse que o desenho S não era quadrado "porque ele já é um pouco maior para os lados", referindo-se ao fato de não ter lados de mesma medida. Explicou que o desenho T não era quadrado "porque ele já tem as pontas diferentes", referindo-se à forma como os vértices estavam, que não estavam alinhados de forma paralela à margem inferior da folha. Na terceira linha pedi que circulasse o que fosse retângulo. Ela circulou o desenho U.

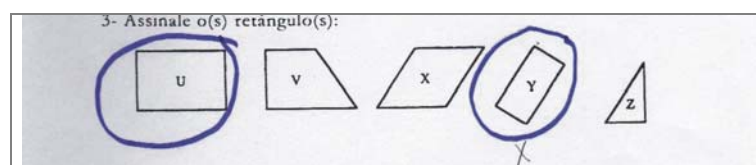


FIGURA 52 - 3.ª QUESTÃO DA ATIVIDADE 2 REALIZADA PELA ESTUDANTE A

Questionei se havia mais algum e ela afirmou que sim, circulando então o desenho Y, afirmando que "é retângulo mas está de assim", referindo-se aos lados que não estavam paralelos à margem da folha. Questionei se retângulo poderia "estar assim" e ela disse "eu acho que sim". Perguntei por que o desenho V não era retângulo e ela explicou que "porque tem um risquinho na metade", referindo-se ao lado do trapézio que não forma ângulo de  $90^\circ$  com a base. Explicou ainda: "tinha que tirar esse aqui (o lado não perpendicular) e ser mais reto para lá", mostrando que o lado deveria ser perpendicular à base. Já o desenho X ela explicou que não era retângulo "porque ele já mais parece um quadrado de assim, deitado". Perguntei se esse desenho era ou não um quadrado e ela afirmou que não, "porque esse daqui (X) tem as pontas mais para lá e esse aqui (R) não. Mas parece um pouco". Ao explicar por que o desenho Z não era retângulo, disse que "ele mais parece com esse aqui de cima (triângulo), mas não é. Parece com um triângulo mas não é". Perguntei se esse desenho era triângulo e ela afirmou que não. Perguntei novamente se era retângulo e ela também afirmou que não. Na atividade 3, perguntei se o



primeiro desenho (A) era um quadrado. Ela disse que não, já que "ele [desenho] tem um risquinho aqui (menor dos lados) e não tem a ponta".

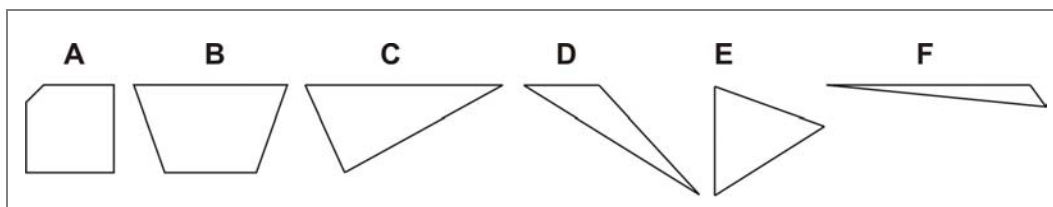


FIGURA 53 - ATIVIDADE 3

O segundo desenho (B) ela afirmou não ser um retângulo, já que "ele tinha que ter mais para cá e não ter dois para o meio", explicando ainda que "tinha que ser reto aqui, e embaixo tinha que ser maior", referindo-se aos lados do trapézio que deveriam ser perpendiculares às bases do trapézio, e que estas deveriam ter a mesma medida. Quanto ao terceiro desenho (C) ela afirmou: "parece que é, mas não", virando a folha na horizontal para observar o desenho. Afirmou que daquele modo ele era triângulo, mas com a folha na vertical não era. O quarto desenho (D) ela disse que não era triângulo "porque esse (D) é igual a esse (C), só que esse (C) está para baixo e este (D) está para cima e é mais fino", referindo-se à posição de um dos vértices. Questionei se os triângulos eram iguais, só que um "mais fino" que o outro, e ela explicou que "um está com a ponta para baixo (D) e esse para cima (C)". Perguntei se o quinto desenho (E) era um triângulo e ela afirmou que não, já que "ele parece com uma flecha para lá, assim também parece com esse aqui (B da atividade 2), mas como é assim então não", referindo-se ao fato de a base não ser paralela à margem inferior da folha. Questionei se este desenho seria triângulo se a folha estivesse na horizontal, e ela afirmou que sim. Perguntei se o último desenho (F) era um triângulo e ela afirmou que não, "porque é igual a esse daqui de cima (D), só que é mais fino também. E ele está virado para lá". Nesse momento, ela comparava esse triângulo com o quarto desenho desta folha. Perguntei por que o triângulo não poderia ser virado e o retângulo poderia. Nesse momento, ela afirmou que havia se

enganado e que o retângulo não poderia ficar virado. Solicitei então a ela que fizesse um X embaixo do desenho circulado por ela como retângulo na atividade 2.

Por fim, pedi-lhe que explicasse a uma criança que nunca tivesse escutado falar em triângulo como ele seria, sem a possibilidade de desenhar. Ela explicou: "é um negócio de três pontas e com três riscos ligando as pontas", referindo-se aos vértices e aos lados. Perguntei a ela o que diria à criança que apontasse o último desenho apresentado na atividade 3 como um triângulo e ela disse "aí eu falaria que é bem diferente de um triângulo", complementando: "porque é mais fino". Perguntei a ela se, para ser triângulo, além de ter três "pontas", três "risquinhos ligando as pontas", ainda não poderia ser fino, e ela explicou: "triângulo é mais larguinho". Apontei então o quinto desenho (E) da atividade 3 e questionei o que falaria se uma criança apontasse aquela figura como sendo triângulo. Ela então respondeu: "eu dizia que está do lado errado". Perguntei como era o lado "certo", e ela disse que era "com a ponta para cima". Não foi solicitado a esta estudante que fizesse o mesmo com o quadrado e com o retângulo.

### **Interpretações do pensamento matemático da estudante A**

A estudante ainda demonstra confusão entre a nomenclatura referente ao retângulo e ao triângulo, o que pode ser percebido na primeira atividade, quando ela desenhou um quadrado e afirmou que "estava meio que um triângulo", corrigindo-se depois, dizendo que era retângulo. Na atividade 2, percebe-se que ela ainda não tem segurança quanto ao que caracteriza um triângulo, já que afirmou que o desenho C poderia ser considerado como um triângulo mas estava muito diferente, pois um lado era maior que o outro, que o triângulo não pode ter um lado maior do que outro. Considera que o desenho D, se não tivesse aquela "pontinha" (os dois menores lados do hexágono), seria, sim, um triângulo. É interessante observar, também, que ela considerou o triângulo representado pela letra Q como tal, porém não considerou o triângulo Z, afirmando que era parecido mas não era triângulo. Considerou como sendo triângulos, na atividade 3, somente aqueles que tinham a base paralela à

margem inferior da folha, virando a folha quando sentia necessidade. Além disso, considera que triângulos obtusângulos ("muito finos", segundo ela) não são triângulos. Em sua explicação sobre o triângulo, afirmou que era "um negócio de três pontas e com três riscos ligando as pontas", referindo-se aos vértices e aos lados do triângulo. Ao ser questionada sobre um dos desenhos com três lados e três vértices que ela havia dito anteriormente que não eram triângulos, explicou que precisaria também que ele não fosse "fininho, [...] triângulo é mais larguinho". Além disso, quando foi mostrado o desenho de um triângulo sem a base paralela à margem inferior da folha, afirmou que estava "do lado errado" e que precisava estar "com a ponta para cima". Ao circular os quadrados, disse que o desenho T (quadrado com a base não paralela à margem da folha) não o era porque ele tem as pontas diferentes, referindo-se a como os vértices estavam. Considera que o quadrado precisa ter a medida dos lados iguais, já que afirmou que o desenho X parecia ser um quadrado mas não era.

Já com relação aos retângulos ela circulou o desenho Y, dizendo que "é retângulo, mas está de assim", referindo-se ao fato de a base não estar paralela à margem da folha. Em suas justificativas, percebe-se que ela considera que, para ser retângulo, há a necessidade de ter ângulos retos, já que suas explicações remetem a isso. É interessante observar também que a estudante perguntou como eu queria que ela desenhasse o retângulo (com a altura ou o comprimento maior) e, quando solicitei que representasse um retângulo diferente, ela nem sequer quis tentar. Ao explicar a diferença entre quadrado e retângulo, afirma que o retângulo é maior e o quadrado é menor, mas que os dois têm as "pontas" (vértices). Como considerou que triângulos não poderiam ser "virados", ao ser questionada sobre o desenho Y, em que ela circulou um retângulo em que a base não estava paralela à margem da folha, ela afirmou ter se confundido e, por este motivo, fez uma marcação embaixo do desenho para representar que havia errado e que aquele desenho não era um retângulo, já que estava "virado".

#### 4.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROCESSO DE ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA EM GEOMETRIA

Observa-se que todos esses estudantes, os quais se encontram em processo de alfabetização matemática em geometria, estão aprendendo a ler e a escrever o "alfabeto matemático", composto por números, cálculos, espaços, formas, medidas, grandezas, entre outros. Ao analisarmos as atividades realizadas por estes seis estudantes do primeiro ciclo do ensino fundamental, percebemos que alguns deles ainda se confundem com a nomenclatura (como os estudantes A, C, D, E, F) e utilizam protótipos para fazer o reconhecimento de algumas das figuras apresentadas. A linguagem apresentada pelos estudantes demonstra que eles utilizam-se muito mais da linguagem natural do que da linguagem matemática. Quando os estudantes C e F se referem às 'pontas' para o reconhecimento de determinadas figuras geométricas (como o triângulo e o quadrado), pode-se deduzir que os conteúdos relativos ao trabalho com vértices vêm sendo desenvolvidos com os estudantes. Porém, cabe uma indagação: será que a linguagem matemática é utilizada com estes estudantes? Santos (2005) explica que a linguagem natural vai sendo substituída, pelo estudante, pela linguagem matemática durante a aprendizagem de matemática. Por este motivo, é necessário que a linguagem matemática esteja mais enfaticamente presente nas aulas de Matemática, evitando-se fazer o que Rômulo Campos Lins chama de "facilitação de conteúdos", o que posteriormente, segundo este autor, causará dificuldades na aprendizagem dos demais conteúdos dessa disciplina. Além disso, estes estudantes estão em período de alfabetização matemática, ou seja, estão aprendendo a ler e a escrever a linguagem matemática usada nos primeiros anos de escolarização.

Smole, Diniz e Cândido (2003) relatam especificamente sobre a linguagem geométrica, que está relacionada à leitura e à escrita de formas e termos geométricos. Sendo assim, segundo as autoras, cabe ao ensino de Geometria que os estudantes tenham acesso à linguagem específica, o que ocorre pela fala correta do professor

durante as atividades escolares. Acreditamos, assim como as autoras, que uma das possibilidades está relacionada à fala correta utilizada pelo professor para que os estudantes possam associar o nome das figuras e dos elementos de cada figura com os seus conceitos. Não estamos aqui, assim como as autoras, nos referindo a uma mera memorização dos nomes das figuras geométricas, mas à construção, por parte do estudante, dos conceitos matemáticos relacionados à geometria.

Percebemos, assim como afirmaram Fonseca *et al.* (2002), que as figuras geométricas, muitas vezes, foram facilmente reconhecidas pelos estudantes, porém desde que estivessem em um formato que é mais comum aparecer em materiais didáticos. Nasser e Tinoco (2006) citam o reconhecimento por protótipos, e de maneira semelhante, Nacarato e Passos (2003), Fonseca *et al.* (2002), Smole, Diniz e Candido (2003) falam do reconhecimento inicial das figuras pela sua forma como um todo, desconsiderando as propriedades da figura. Hershkowitz (1994) também fala em exemplos protótipos, afirmando que cada conceito tem um ou mais exemplos protótipos. Hershkowitz (1994) explica ainda que através de experiências de aprendizagem na escola é que os estudantes se apropriam de conceitos geométricos de maneira estruturada. Pirola e Brito (2005) relatam que o ensino de figuras planas baseia-se muito mais no visual do que nas características mais relevantes das figuras planas. Seria isso o que tem feito com que muitos estudantes observem protótipos para reconhecer cada uma das figuras planas apresentadas? Pirola e Brito (2005) acrescentam também que o número de exemplos e não-exemplos do conceito que se está trabalhando é muito reduzido, e que os não-exemplos são raramente encontrados em textos e aulas de geometria.

Se estamos nos referindo à linguagem geométrica, é importante rever o que se entende por leitura. De acordo com Danyluk (1991), ler é compreender e interpretar aquilo que o texto de Matemática mostra, ou seja, seus signos e símbolos. Dessa forma, o reconhecimento das figuras planas pelos estudantes exige uma leitura dos símbolos ou signos (as figuras geométricas), e esta leitura será feita de tal forma que ele compreenda e interprete aquilo que está escrito, ou seja, que ao observar

uma das figuras geométricas (o triângulo, por exemplo) ele saiba reconhecê-lo não só por "parecer-se" com outra figura, mas por ter conhecimento de elementos que são necessários para que se tenha um triângulo. Para que isso ocorra, acreditamos, assim como Pirola e Brito (2005), que uma possibilidade é que, a partir de diversos exemplos e não-exemplos de uma figura, o estudante possa construir a sua própria definição a respeito de cada uma das figuras geométricas, o que será feito repleto de significado. Quando apresentamos apenas alguns exemplos de figuras que são retângulos, por exemplo, o estudante pode acreditar que esgotamos as possibilidades de retângulos e que somente aqueles são retângulos. Ademais, ao observar somente alguns modelos, ele pode ter uma compreensão inadequada de quais são as propriedades necessárias para que se construa um retângulo, por exemplo. Gómez-Granell (2006) afirma que é preciso que os estudantes entendam ou construam o significado dos conceitos matemáticos. Com uma quantidade de exemplos e contraexemplos maior, como sugerem Pirola e Brito (2005), os estudantes poderão entender e construir o conceito matemático, ou seja, estarão identificando elementos essenciais para a definição de cada uma das figuras geométricas. Algo que pôde ser verificado através dos dados coletados é que, com exceção da estudante D, os demais estudantes participantes só reconhecem figuras geométricas se estas estiverem com a base paralela à margem da folha (no caso do triângulo, a margem inferior). Acreditam que uma figura possa estar de "ponta-cabeça" ou "virada", e que somente se girarem a folha  $90^\circ$  ou  $180^\circ$ , de maneira que o lado esteja paralelo à margem da folha, o desenho possa ser considerado um triângulo, por exemplo. Possivelmente, os estudantes tiveram vários exemplos de figuras em que a base se encontrava paralela à margem da folha, o que os fez acreditar que somente se isso ocorresse seria possível que determinado desenho fosse considerado um quadrado, por exemplo.

Muitas vezes o conceito ou a definição somente nos são apresentados, sem que possamos ver alguns exemplos e contraexemplos. Buscou-se, aqui, identificar que conhecimento cada um dos estudantes observados tem de cada uma das figuras sugeridas, trazendo exemplos e contraexemplos e solicitando a eles, também,

que explicassem como entendem cada uma das figuras geométricas em questão, como sugerem Pirola e Brito (2005).

Quanto ao reconhecimento dos triângulos, assim como na pesquisa realizada por Pavanello (2002), alguns estudantes só reconheceram aqueles que eram isósceles ou equiláteros. Assim como observou Hoffer (1983)<sup>19</sup> (*apud* PAVANELLO, 2002), alguns estudantes fixaram sua atenção mais nos vértices da figura do que nos lados, já que desenharam com lados curvos (como a estudante D) ou, ainda, com desenhos diversos (como a estudante C). Enquanto na pesquisa de Pavanello (2002) os estudantes reconheciam triângulos isósceles e equiláteros como 'triângulos verdadeiros', aqui eles nem consideravam os que não fossem isósceles ou equiláteros como triângulos. Em sua pesquisa, ela esperava perceber diferenças significativas de uma série para outra, o que não ocorreu. De maneira semelhante, percebemos que, apesar de algumas diferenças entre as respostas dos estudantes dos diferentes anos aqui presentes, estas foram muito pequenas. Por isso, acreditamos que esse seja um indicador de que o trabalho com as figuras geométricas precisa ser retomado para que os estudantes tenham um maior contato com o alfabeto matemático referente à geometria, sem a construção de conceitos equivocados. Pirola e Brito (2005) incluem também o fato de que grande parte dos estudantes só reconhece como triângulos os que são acutângulos isósceles ou equiláteros, e que triângulos obtusângulos não são facilmente reconhecidos por eles, o que pôde ser observado nitidamente nesta pesquisa, com exceção do que se deu com a estudante E.

Nenhum dos estudantes soube desenhar um quadrilátero, afirmando não saberem o que era. Por este motivo, ele não foi mais citado no decorrer das atividades. É curioso observar que a estudante D, ao explicar por que o desenho A da atividade 2 não era triângulo, afirmou que era "coisa de quadrado". Estaria ela se referindo a um quadrilátero? No decorrer das atividades, não considerou mais quadrilátero como quadrado.

---

<sup>19</sup> Op. cit.

Apesar de não utilizarem a linguagem matemática, observa-se que muitos estudantes consideram que para ser quadrado tem que ter quatro vértices e, ao desenharem um quadrado com lados de mesma medida, relatam que este está "mais quadradinho", o que indica que consideram que quanto mais próximas as medidas dos lados, mais próximo de um quadrado o desenho fica.

De mesma maneira, percebe-se que muitos estudantes identificam um retângulo se este tiver todos os ângulos retos, porém dois lados maiores que os outros dois. Dessa forma, percebe-se que eles já consideram a definição de retângulo, e que o fato de considerarem a medida dos lados é algo que ainda precisa ser trabalhado com eles.

É interessante que os estudantes A, C e D, ao diferenciarem quadrado e retângulo, afirmaram que quadrado é pequeno e retângulo é maior. Como reagiriam estes estudantes se apresentássemos um quadrado com medidas maiores (por exemplo, lados com 10cm) e um retângulo com medidas menores (por exemplo, lados com medidas 2 e 4cm)? Esta seria uma investigação curiosa e estaríamos apresentando mais um contraexemplo a eles.



## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A dificuldade dos estudantes em Matemática pode ser percebida pelas mais diversas avaliações, sejam elas internas, da escola; sejam municipais, como a Avaliação do Ciclo I, realizada pela Secretaria Municipal da Educação de Curitiba; sejam nacionais, como a Prova Brasil, ou o INAF, ou ainda internacionais, como o PISA. Acreditamos que uma das causas dessa grande dificuldade possa estar relacionada com a linguagem.

A matemática tem uma linguagem própria, diferente da linguagem natural, e, como afirma Corrêa (2005), uma das diferenças entre elas é que a linguagem matemática é aprendida essencialmente na escola, tendo seus próprios signos e símbolos ou, ainda, como afirma Danyluk (1991), seu próprio alfabeto. Dessa forma, ao ter contato com a linguagem matemática o estudante vai conhecendo seu alfabeto e, conseqüentemente, sendo alfabetizado matematicamente, ou seja, vai aprendendo a compreender o que lê e escrevendo o que compreende sobre as primeiras noções de lógica, aritmética e geometria. É interessante observar que esta leitura envolve não somente a decodificação dos símbolos, mas também a leitura com compreensão, envolvida de significado. Se os estudantes realizam uma leitura com compreensão, o conteúdo matemático tem significado para eles.

Assim, buscamos estudantes do Primeiro Ciclo de uma escola municipal de Curitiba para a realização das atividades presentes nesta pesquisa, já que eles se encontram em um período de alfabetização matemática. Optou-se por focar a observação no processo de alfabetização matemática em geometria, em especial na compreensão que estes estudantes demonstram ter sobre algumas figuras geométricas, comumente previstas como conteúdos escolares do primeiro ciclo do ensino fundamental. Nos estudos teóricos realizados encontrou-se o termo linguagem geométrica, utilizado por Smole, Diniz e Cândido (2003), que se refere à leitura e à escrita de figuras geométricas, o que vai ao encontro do que procuramos observar neste trabalho. Participaram desta pesquisa seis estudantes do Primeiro Ciclo, sendo dois do 1.º ano,

dois do 2.º ano e dois do 3.º ano. Algumas das atividades foram criadas pela pesquisadora e outra foi extraída do teste de Van Hiele, pois este teste utilizado por estes pesquisadores traz elementos que nos auxiliaram a desvelar o pensamento matemático dos estudantes. As atividades envolveram a representação por desenho, o reconhecimento e a explicação de algumas figuras geométricas pelos estudantes, sendo elas triângulos, quadriláteros, quadrados e retângulos.

Na primeira atividade, de desenho, a estudante A e o estudante F só souberam fazer uma representação de triângulo. Os demais estudantes fizeram uma tentativa de representar um triângulo diferente do que haviam feito anteriormente. A estudante E trocou triângulo por retângulo. No desenho de quadrados, novamente a estudante A só fez uma tentativa de representação, e o estudante F fez retângulos, em vez de quadrados. Na representação de retângulos, a estudante E fez a troca novamente e representou triângulos, e o estudante F fez um círculo.

Na atividade 2 (Apêndice 1), todos os estudantes afirmaram que os desenhos B e E são triângulos. Além disso, todos os estudantes afirmaram que o desenho A não era triângulo porque “faltava um pedaço”, referindo-se ao menor dos lados do quadrilátero. Os desenhos C e D foram também circulados pela estudante D. No segundo exercício desta atividade, todos os estudantes circularam o desenho R como quadrado, e os desenhos P e Q não foram circulados pelos estudantes. Já o desenho S foi circulado somente pelo estudante F, e o desenho T somente pela estudante D. O estudante F também circulou o desenho U como quadrado e a estudante E circulou X como quadrado. No terceiro exercício, com exceção do estudante F, todos os demais circularam o desenho U como retângulo. O estudante F circulou os desenhos que estavam próximos da palavra retângulo, circulando portanto os desenhos Q, V e X como retângulos. Os estudantes A, B, C e D circularam o desenho Y como retângulo, porém ao ser retomado o fato de o triângulo não poder ser virado e o retângulo poder, as estudantes A e C disseram que haviam circulado errado o desenho.

Na atividade 3 (Apêndice 2), somente as estudantes D e E consideraram que o primeiro desenho representava um quadrado. O desenho B só foi considerado como retângulo pelos estudantes D e F. Já os desenhos C e D só foram considerados triângulos pela estudante D, já que os demais estudantes afirmavam que o desenho estava virado e, por essa razão, não poderia ser triângulo. O desenho E foi considerado triângulo pelos estudantes B, D, E e F, já que eles afirmaram que ele se parece com um triângulo, ou seja, é um protótipo. O desenho F só foi considerado triângulo pela estudante D.

Por fim, foi solicitado aos estudantes que explicassem o que entendiam por triângulo, quadrado e retângulo. Durante a explicação dos estudantes fui sugerindo contraexemplos. A título de ilustração: quando os estudantes afirmaram que um triângulo tinha que ter três pontas e três riscos ligando as pontas, perguntava se o desenho C da atividade 2 não era triângulo. Com isso, eles complementavam sua explicação, de acordo com o que eles acreditavam que era um triângulo.

A partir da análise das atividades, identificou-se, assim como observaram Pirola e Brito (2005), que estes estudantes só reconhecem triângulos quando estes são acutângulos isósceles ou equiláteros. Além disso, para alguns dos estudantes entrevistados a base precisa ser paralela à margem inferior da folha, deixando de ser triângulo se a folha for virada. Todos os estudantes demonstraram desconhecer o termo quadrilátero. Este fato já era esperado por nós, já que este termo não é utilizado nos primeiros anos do ensino fundamental. Solicitamos que desenhassem um quadrilátero justamente para verificar se alguma criança já conhecia este termo, o que não ocorreu. Desse modo, nas atividades 2 e 3 e na atividade de explicação não foi mais indagado a eles sobre quadriláteros.

Percebeu-se que, apesar de não utilizarem a linguagem matemática, os estudantes se referem muito às *pontas*, ou seja, aos vértices dos desenhos. Explicam, por exemplo, que o triângulo é uma figura com “três pontas e três riscos ligando as pontas”. Assim como para os triângulos, os estudantes só reconhecem quadrados e retângulos se estes tiverem a base paralela à margem da folha. Alguns deles

demonstraram, ainda que não utilizando a linguagem matemática, a necessidade de que o retângulo tenha os quatro ângulos retos, explicando que os lados estavam “tortos”. Percebeu-se também que certos estudantes sentiram a necessidade de que o quadrado tivesse quatro lados de mesma medida.

É interessante observar a comparação feita pelos estudantes de que o quadrado é *menor* e o retângulo é *mais comprido*. Consideramos que esta comparação entre as figuras geométricas é essencial no trabalho de alfabetização matemática, pois só assim os estudantes estarão realizando uma leitura e uma escrita com compreensão. Ouvir como os estudantes compreendem cada uma das figuras geométricas foi muito importante. Ao apresentarmos contraexemplos, os estudantes iam complementando sua fala, trazendo mais elementos para explicar cada uma das figuras. Acreditamos que este momento é relevante para que o estudante possa refletir sobre os conhecimentos que já adquiriu. Por sua vez, o professor pode, por meio de exemplos e contraexemplos, mostrar elementos essenciais para a definição de cada uma das figuras geométricas, evitando que os estudantes construam um conceito equivocado de cada uma das figuras.

A presente pesquisa permitiu observar o quanto as diferentes manifestações dos estudantes são importantes para a construção de conceitos geométricos, já que somente alguns questionamentos dirigidos a eles possibilitaram que modificassem suas respostas, mostrando que havia contradições nessas manifestações. Observou-se também que, embora em diferentes manifestações eles demonstrassem ter conhecimento elementar dos conceitos geométricos em questão, em alguns momentos apresentavam dúvidas, desenhando de maneira correta mas mostrando equívocos ao explicarem oralmente seus desenhos.

As diferentes manifestações dos estudantes foram bastante úteis, pois através do reconhecimento de figuras geométricas (atividades 2 e 3) foi possível observar elementos que não haviam sido identificados na representação por desenhos (atividade 1). Da mesma forma, quando foi solicitado aos estudantes que explicassem como era cada uma das figuras geométricas, eles demonstravam que nem todos os

conceitos considerados importantes por eles eram citados. Sendo assim, a pesquisa nos indica a necessidade de buscar diferentes elementos para desvelar o pensamento matemático de cada estudante, o que nos levou a observar com mais atenção os elementos considerados por eles.

Notou-se que alguns estudantes modificavam sua explicação de algumas figuras no decorrer das atividades, ao refletirem sobre sua ação. Com isso, nos questionamos: se somente o diálogo e alguns questionamentos já fizeram com que estudantes refletissem sobre ideias matemáticas que estavam construindo, será que outros questionamentos não possibilitariam uma aprendizagem mais significativa de conceitos geométricos? A presente pesquisa não buscou avaliar a aprendizagem de conceitos matemáticos por parte dos estudantes, mas, sim, observar a compreensão que demonstram ter de algumas figuras planas. Não deixamos de perceber o movimento de aprendizagem que ocorreu nas situações de diálogo entre os estudantes e a pesquisadora.

Sendo a alfabetização matemática, segundo Danyluk (1998), um fenômeno que trata da compreensão, da interpretação e da comunicação dos conceitos matemáticos ensinados na escola e tidos como iniciais para a construção do conhecimento matemático, pudemos perceber que, ao relatarmos como compreendem cada uma das figuras geométricas apresentadas, os estudantes fazem a interpretação e a comunicação dos conceitos geométricos ali envolvidos, estando portanto em processo de alfabetização matemática em geometria. O diálogo com os estudantes nos permitiu observar o processo de alfabetização matemática em que eles estão envolvidos, já que estão aprendendo a ler e a compreender as primeiras noções de lógica, aritmética e geometria.

A pesquisa possibilitou observar as manifestações orais e escritas desses estudantes, bem como perceber que eles já compreendem alguns conceitos matemáticos referentes à geometria, como citado anteriormente. Também se observou que é interessante o professor identificar como o estudante explica cada uma das figuras, para que se tenha uma "pista" da dificuldade ou facilidade que ele terá ao interagir com esse conceito e poder construí-los nos outros níveis de dificuldade, tal como afirmaram Pirola e Brito (2005). Assim, este trabalho traz alguns dos possíveis

questionamentos a serem feitos com estudantes em processo de alfabetização matemática e que podem ser considerados como uma primeira identificação de ideias matemáticas que cada um dos estudantes tem das figuras geométricas em questão. Buscou-se, também, como sugere Gonzalez e Brito (2005), conferir uma maior importância aos diferentes procedimentos utilizados pelos estudantes para dar uma resposta. Com isso, espera-se contribuir para que o trabalho com a alfabetização matemática conduza a um maior diálogo entre professor e estudante durante a aprendizagem da geometria, pois a partir do conhecimento geométrico apresentado por este o professor poderá buscar exemplos e contraexemplos que auxiliem o estudante a compreender a linguagem geométrica, evitando, assim, que ele reconheça as figuras geométricas utilizando-se apenas de exemplos protótipos. Ademais, é importante ressaltar que se a alfabetização matemática envolve a compreensão, a interpretação e a comunicação dos conceitos matemáticos, as manifestações dos estudantes, tanto orais quanto escritas, são possibilitadoras para que essa alfabetização matemática ocorra de modo contundente nos primeiros anos do ensino fundamental.

## REFERÊNCIAS

- ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais**: pesquisa quantitativa e qualitativa. 2.ed. 4. reimp. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004.
- ANDRADE, J. A. A. **O ensino de geometria**: uma análise das atuais tendências, tomando como referência as publicações nos Anais dos ENEM's. 2004. 258 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação - Universidade São Francisco, Itatiba, 2004.
- ANDRADE, M. C. G. As inter-relações entre iniciação matemática e alfabetização. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. A. E. (Orgs.). **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p.143- 162.
- BARRANTES, M.; BLANCO, L. J. Estudo das recordações, expectativas e concepções dos professores em formação sobre o ensino-aprendizagem da Geometria. **Educação Matemática em Revista**, v.11, n.17, p.29-39, dez. 2004.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática**.3.ed. Brasília: MEC/SEF, 2001.v.3.
- CARVALHO, V. de. Linguagem matemática e sociedade: refletindo sobre a ideologia da certeza. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. A. E. (Orgs.). **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p.101- 116.
- CORRÊA, R. de A. Linguagem matemática, meios de comunicação e Educação Matemática. In: NACARATO, A.; LOPES, C. E. (Orgs.). **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p.93-100.
- CURITIBA. Secretaria Municipal de Educação. **Diretrizes Curriculares para a Educação Municipal de Curitiba**. Ensino Fundamental. Curitiba, 2006. v.3.
- DANA, M. E. Geometria: um enriquecimento para a escola elementar. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (Org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. Trad.: Hygino H. Domingues. 5.reimp. São Paulo: Atual, 1994.
- DANYLUK, O. S. **Alfabetização matemática**: o cotidiano da vida escolar. 2.ed. Caxias do Sul: EDUCS, 1991.
- \_\_\_\_\_. **Alfabetização matemática**: as primeiras manifestações da escrita infantil. Porto Alegre: Sulina; Passo Fundo: Ediupf, 1998.
- FAINGUELERNT, E. K. O ensino da geometria no 1.º e 2.º graus. **A Educação Matemática em Revista**, v.3, n.4, p.45-53, 1.º semestre 1995.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

FOLLADOR, D. **Visualização, desenho e nomeação de figuras tridimensionais representadas no plano**: um estudo na 4.<sup>a</sup> série do ensino fundamental. 2004. Dissertação (Mestrado) – UFPR, Curitiba, 2004.

FONSECA, M. da C. F. R. A educação matemática e a ampliação das demandas de leitura e escrita da população brasileira. In: \_\_\_\_\_ (Org.). **Letramento no Brasil**: habilidades matemáticas. São Paulo: Global: Ação Educativa: Instituto Paulo Montenegro, 2004. p.11-28.

FONSECA, M. da C. F. R. *et al.* **O ensino de geometria na escola fundamental**: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

GERDES, P. **Sobre o despertar do pensamento geométrico**. Curitiba: Editora da UFPR, 1992.

GÓMEZ-GRANELL, C. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKY, L. (Orgs.). **Além da alfabetização**: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. Trad. Stela Oliveira. 4.ed., 8.<sup>a</sup> reimp. São Paulo: Ática, 2006. p.257-282.

GONÇALEZ, M. H.; BRITO, M. R. A aprendizagem de atitudes positivas em relação à Matemática. In: BRITO, M. R. F. de (Org.). **Psicologia da educação matemática**: teoria e pesquisa. Florianópolis, Insular: 2005. p.221-233.

GONÇALVES, E. C. N. A geometria nas séries iniciais do ensino fundamental. **Educação Matemática em Revista**, v.13, n.20/21, p.30-38, dez. 2006.

HERSHKOWITZ, R. Aspectos psicológicos da aprendizagem da geometria. **Boletim GEPEM**, v.28, p.2-31, 1994.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **SAEB – 2005 PRIMEIROS RESULTADOS**: Média de desempenho do SAEB/2005 em perspectiva comparada. Brasília, 2007. Disponível em: <[http://www.inep.gov.br/download/saeb/2005/SAEB1995\\_2005.pdf](http://www.inep.gov.br/download/saeb/2005/SAEB1995_2005.pdf)>. Acesso em: 26 jan. 2009.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (Org.). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p.92-120.

LOPES, M. L. L.; NASSER, L. **Geometria na era da imagem e do movimento**. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, 2005.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **A Educação Matemática em Revista**, v.3, n.4, p.3-13, 1.<sup>o</sup> semestre 1995.

LUJAN, M. L. S. **A geometria na 1.<sup>a</sup> série do 1.<sup>o</sup> grau**: um trabalho na perspectiva de van Hiele. 1997. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1997.

MAIA, L. de S. L. O ensino da Geometria: analisando diferentes representações. **Educação Matemática em Revista**, v.7, n.8, p.24-33, jun. 2000.



MORTATTI, M. do R. L. **Educação e letramento**. São Paulo: UNESP, 2004.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A Geometria nas séries iniciais**: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. F. P. (Coord.). **Geometria segundo a teoria de van Hiele**. 4.ed. Rio de Janeiro: UFRJ: IM: Projeto Fundação, 2004.

NASSER, L.; TINOCO, L. (Coord.). **Curso básico de geometria**: enfoque didático. 3.ed. reimp. Rio de Janeiro: UFRJ: IM: Projeto Fundação, 2006. v.1.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências. **Zetetiké**, Campinas, v.1, n.1, p.7-17, 1993.

\_\_\_\_\_. A geometria nas séries iniciais do ensino fundamental: contribuições da pesquisa para o trabalho escolar. In: PAVANELLO, R. M. (Org.). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental**: a pesquisa e a sala de aula. São Paulo, 2004. v.2. p.129-143. (Biblioteca do Educador Matemático – coleção SBEM)

PIRES, C. M. C. Como evoluíram os conhecimentos geométricos. In: PIRES, C. M. C.; CURI, E.; CAMPOS, T. M. M. **Espaço & forma**: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental. São Paulo: PROEM, 2001. p.22.

PIRES, C. M. C.; CURI, E.; CAMPOS, T. M. M. **Espaço & forma**: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do ensino fundamental. São Paulo: PROEM, 2000.

PIROLA, N. A.; BRITO, M. R. F. de. A formação dos conceitos de triângulo e de paralelogramo em alunos da escola elementar. In: BRITO, M. R. F. de (Org.). **Psicologia da educação matemática**: teoria e pesquisa. Florianópolis, Insular: 2005. p.85-106.

PROGRAMA INTERNACIONAL DE AVALIAÇÃO DE ESTUDANTES/OCDE. **Conhecimentos e atitudes para a vida**: resultados do PISA 2000. São Paulo: Moderna, 2003.

SANTOS, V. de M. Linguagem e comunicação na aula de Matemática. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. A. E. (Orgs.). **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p.117-125.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. **Figuras e formas**. Porto Alegre: Artmed, 2003. (Coleção Matemática de 0 a 6 anos)

## APÊNDICES

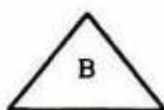
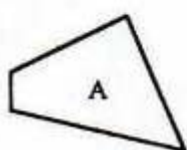
# APÊNDICE 1

## ATIVIDADE 2<sup>20</sup>

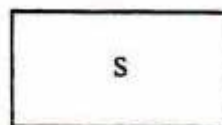
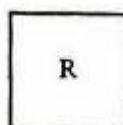
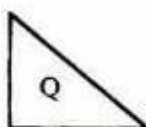
### TESTE DE VAN HIELE

Nome: ..... Turma: ..... Idade: .....

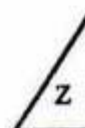
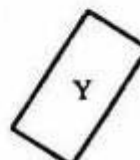
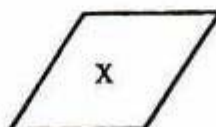
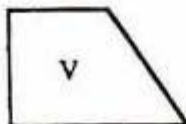
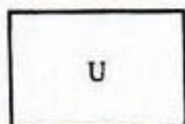
1- Assinale o(s) triângulo(s):



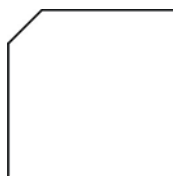
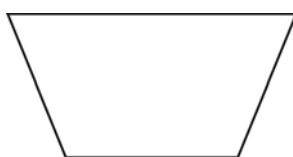
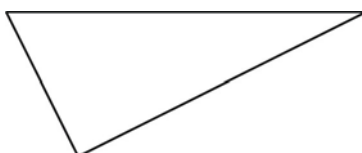
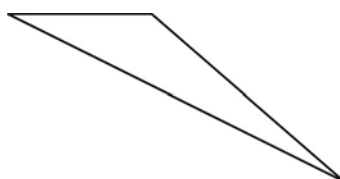
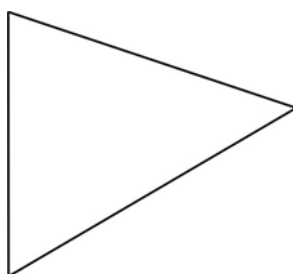
2- Assinale o(s) quadrado(s):



3- Assinale o(s) retângulo(s):



<sup>20</sup> Utilizamos, do teste básico de Van Hiele, somente as três primeiras questões, já que as duas últimas questões (4 e 5) envolvem assuntos de que não tratamos nesta pesquisa.

**APÊNDICE 2****ATIVIDADE 3****A)****B)****C)****D)****E)****F)**

### APÊNDICE 3

#### ATIVIDADES DO ENSAIO DA ESTUDANTE G

TRANSCRIÇÃO DO ESTUDO-PILOTO REALIZADO COM A ESTUDANTE G NO DIA 10 DE OUTUBRO DE 2008

P<sup>21</sup>: Você sabe o que é um triângulo?

G: (faz que sim)

P: Então desenhe para mim um triângulo.

G: Tipo assim?

P: Desenhe aqui dentro um triângulo.

G: Assim?

P: Isso, do jeito que você quiser.

G: (desenha em 1, virando a folha)

P: Esse é um triângulo?

G: (faz que sim)

P: Então agora eu vou pedir para você desenhar um outro triângulo, só que esse triângulo tem que ser diferente daquele que você já desenhou. Sabe desenhar um triângulo diferente?

G: (faz que não)

P: Tente fazer.

G: De lado.

P: De lado? Então faça!

G: (desenha em 2)

P: E você sabe o que é um quadrado?

G: (faz que sim)

P: Então desenhe para mim aqui um quadrado.

G: (desenha em 3, virando a folha)

P: E sabe fazer um quadrado diferente?

G: (faz que sim)

P: Quero ver um quadrado diferente.

G: (desenha em 4)

P: E sabe desenhar um quadrado diferente desse (3) e desse (4) também?

G: (faz que não)

---

<sup>21</sup> Serão utilizadas, na transcrição das atividades, a letra P para se referir à pesquisadora e a inicial do nome do(a) estudante.

- P: Não quer tentar?
- G: Quero.
- P: Mas tem que ser diferente desse e desse. Tente fazer.
- G: (desenha em 5)
- P: Esse é um quadrado diferente?
- G: Sim.
- P: Agora eu vou pedir para você desenhar um retângulo. Como que é um retângulo?
- G: (desenha em 6, virando a folha)
- P: Esse é um retângulo?
- G: É.
- P: E um retângulo diferente desse aí?
- G: (desenha em 7, virando a folha)
- P: Sabe fazer um retângulo diferente desses dois?
- G: (faz que sim)
- P: Sabe? Então desenhe um retângulo diferente.
- G: (desenha em 8)
- P: Muito bem. Por que esse aqui é um retângulo?
- G: Não sei.
- P: Não sabe?
- P: Agora eu vou pedir para você o seguinte: quero que você veja nessas figuras, aqui, e faça um círculo para mim em volta do que é triângulo (teste de Van Hiele).
- G: Tipo esse (aponta B)?
- P: Não sei, o que você achar que é triângulo você faz um círculo.
- G: (circula B)
- P: Tem mais algum?
- G: (aponta para as demais linhas)
- P: Aqui, só nessa linha. Não tem mais nenhum triângulo?
- G: Nenhum.
- G: Ah, aqui tem (circula E).
- P: E aqui, nessa linha, eu vou pedir para você circular o que é quadrado.
- G: (circula R)
- P: Tem mais algum quadrado?
- G: Tem, mas esse aqui é diferente (apontando para T).
- P: Esse é quadrado, mas é diferente? E será que ele é quadrado ou não é?
- G: É.
- P: Então circule.
- G: (circula T)
- P: Agora, nessa linha aqui, eu vou pedir para você circular o que é retângulo.

- G: (circula Y)
- P: Tem mais algum retângulo?
- G: Não.
- P: Mais nenhum?
- G: (faz que não)
- P: Agora eu vou pedir para você me mostrar aqui, nessa sala, alguma coisa que se parece com um quadrado.
- G: O relógio, em volta dele.
- P: Tem mais alguma coisa que se parece com um quadrado?
- G: Aquele livro (o livro tem formato retangular).
- P: E o que se parece com um retângulo?
- G: Esse aqui (aponta o quadro); o mural.
- P: E tem alguma coisa na sala que se parece com um triângulo?
- G: (faz que não)
- P: Não tem nada que se parece com um triângulo?
- G: Não (realmente não havia).

#### TRANSCRIÇÃO DO ESTUDO-PILOTO REALIZADO COM A ESTUDANTE G NO DIA 23 DE OUTUBRO DE 2008

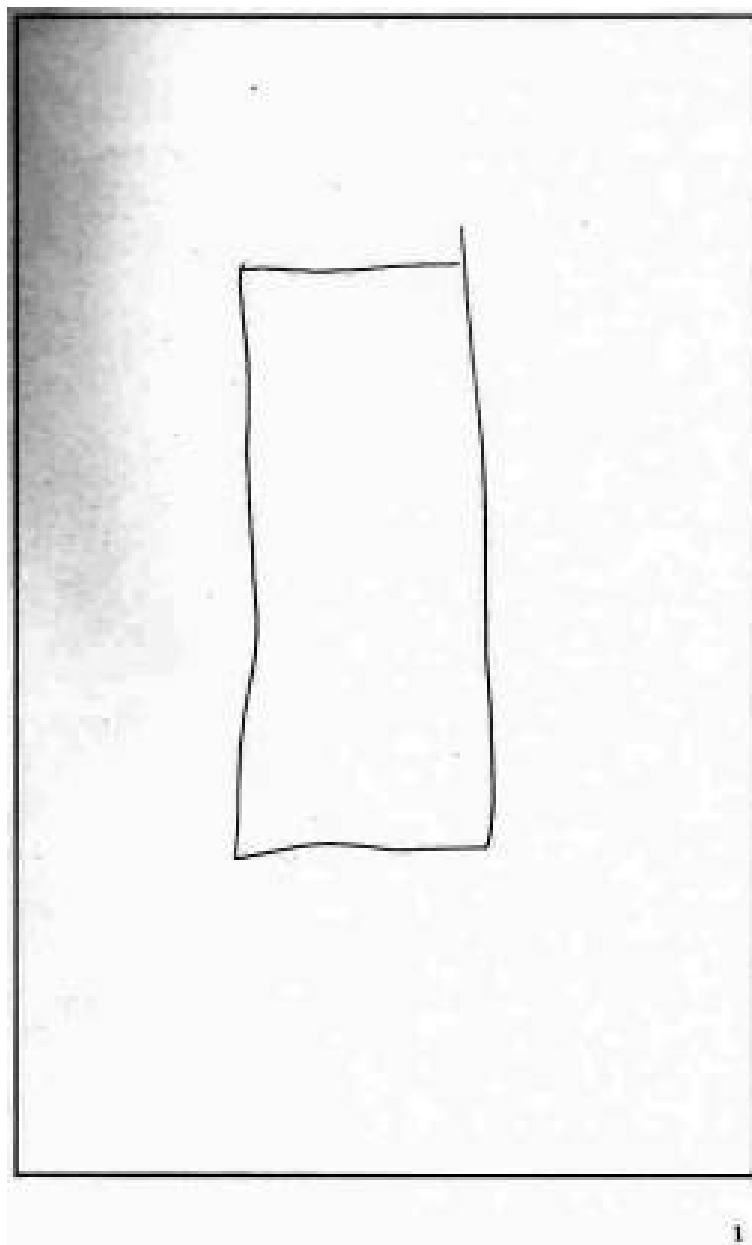
- P: Que figura que é essa? Não sabe que figura é essa?
- G: (faz que não com a cabeça)
- P: E essa aqui, que figura que é essa?
- G: A mesma que essa (apontando para a folha 1).
- P: A mesma? Mas você não sabe que figura que é essa?
- G: Não.
- P: Não lembra o nome dessa figura?
- G: Não.
- P: E essa aqui (3)?
- G: Quadrado.
- P: Quadrado? Por que ele é um quadrado?
- G: (faz com a cabeça que não sabe)
- P: Não sabe por que ele é um quadrado?
- G: Não.
- P: Por que você desenhou essa figura para ser um quadrado?
- G: Não sei.
- P: E esse quadrado (4) está diferente desse aqui (3)?
- G: É, um está mais magrinho.
- P: Ah, um está mais magrinho....

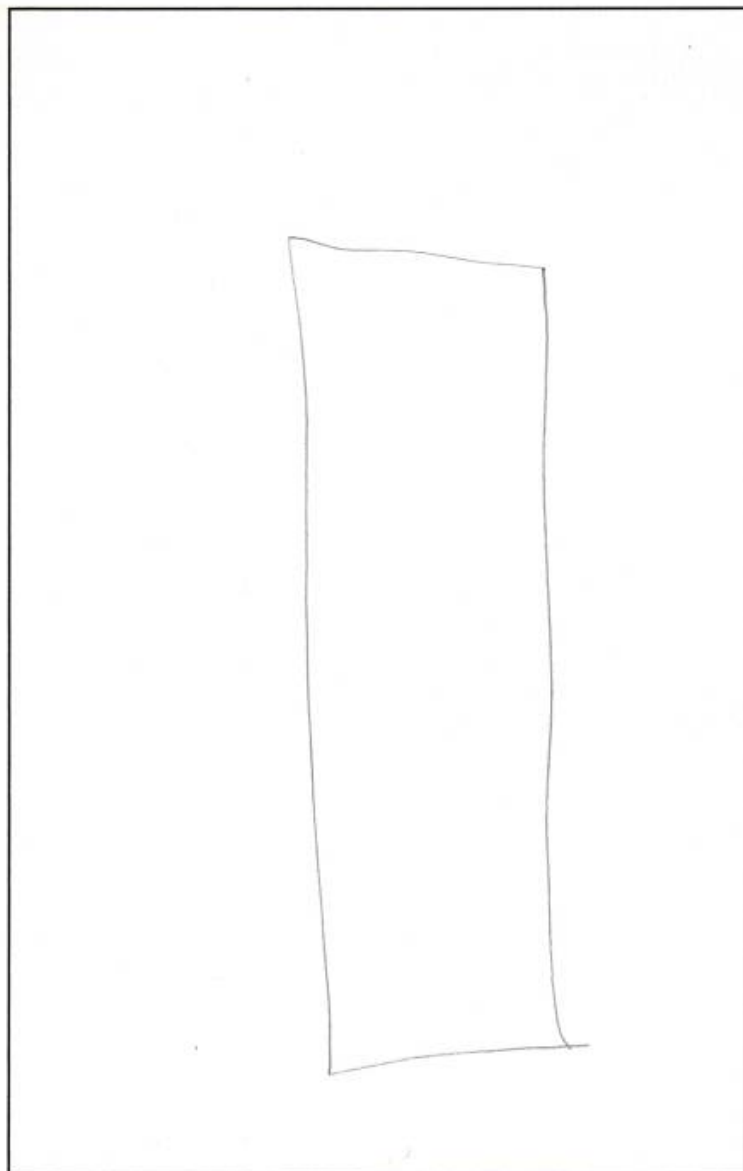
- G: E esse aqui (3) é assim, ó! (mostrando que fez com a folha na horizontal).
- P: Ah, você fez esse com a folha deitada. E por que você fez esses risquinhos aqui (5) no quadrado?
- G: Para fazer diferente.
- P: E essa figura aqui (6), que figura que é essa?
- G: Retângulo.
- P: Esse é um retângulo? Por que é um retângulo?
- G: (faz que não sabe com a cabeça)
- P: Por que você fez essa figura quando eu pedi um retângulo?
- G: Não sei.
- P: Não sabe?
- G: Já fiz!
- P: E esses aqui (7 e 8) são iguais? Ou são diferentes?
- G: São diferentes, esse aqui era assim (8) (mostrando que foi feito na vertical) e esse daqui era assim (7) (mostrando que foi feito na horizontal).
- P: Então eles são diferentes porque eles estão em posições diferentes, é isso?
- G: É.
- P: Agora eu vou perguntar dessa atividade aqui, lembra? Eu pedi para você circular para mim os triângulos e você circulou para mim esse (B) e esse (E). Esse aqui (A), ele é triângulo?
- G: Não, porque ele tem aqui (mostrando o lado menor).
- P: E esse aqui (C), ele é triângulo?
- G: Não, porque ele está diferente.
- P: Ele está diferente como?
- G: Ele está assim bem fininho e os outros são maiores.
- P: E se ele está fininho ele não pode ser triângulo?
- G: Não, porque tem que estar para cima e ele está para baixo.
- P: Triângulo é virado para cima e ele está para baixo?
- G: Sim.
- P: E esse aqui (D), ele é triângulo?
- G: Não.
- P: Não? Por que ele não é triângulo?
- G: Tem que estar virado para baixo e tem isso (apontando para os lados menores). Tinha que estar virado para cima e tem esse negocinho.
- P: Agora nessa linha eu pedi para você circular para mim o que era quadrado e você circulou esses dois (R e T). Esse aqui (T) é quadrado?
- G: Sim.
- P: Mas ele está virado! Mesmo virado ele é quadrado?

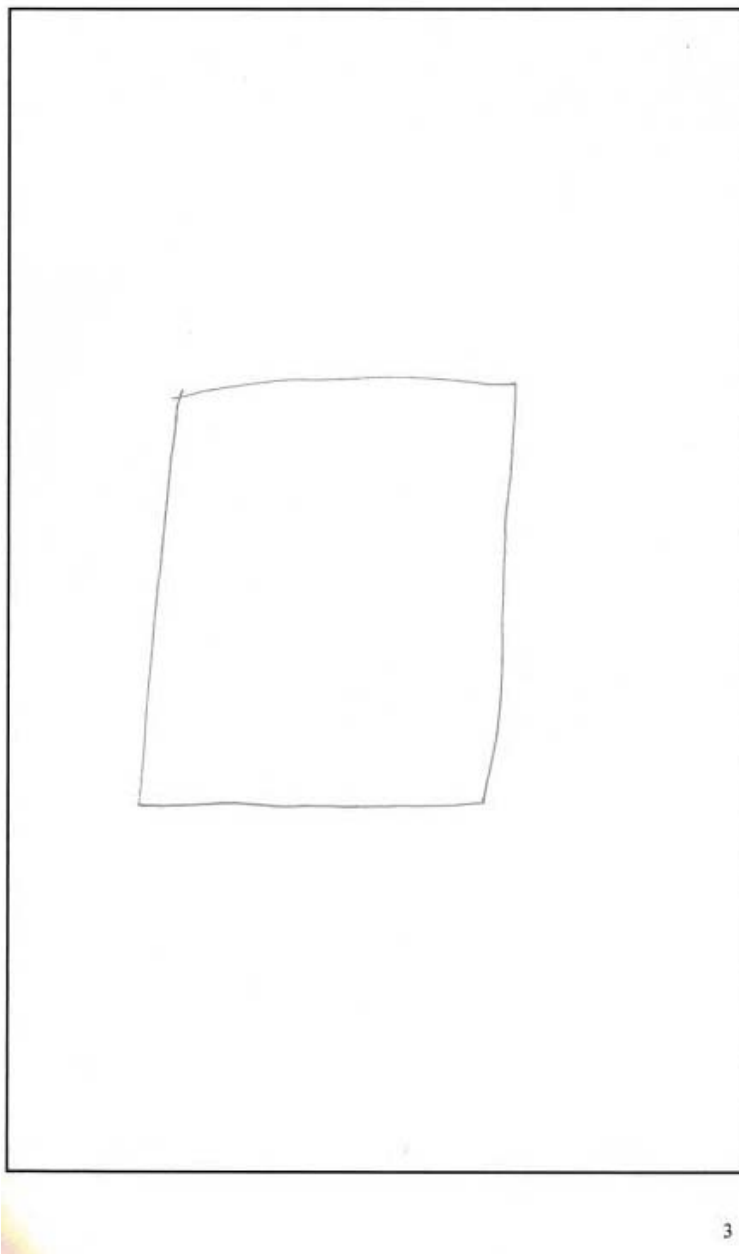


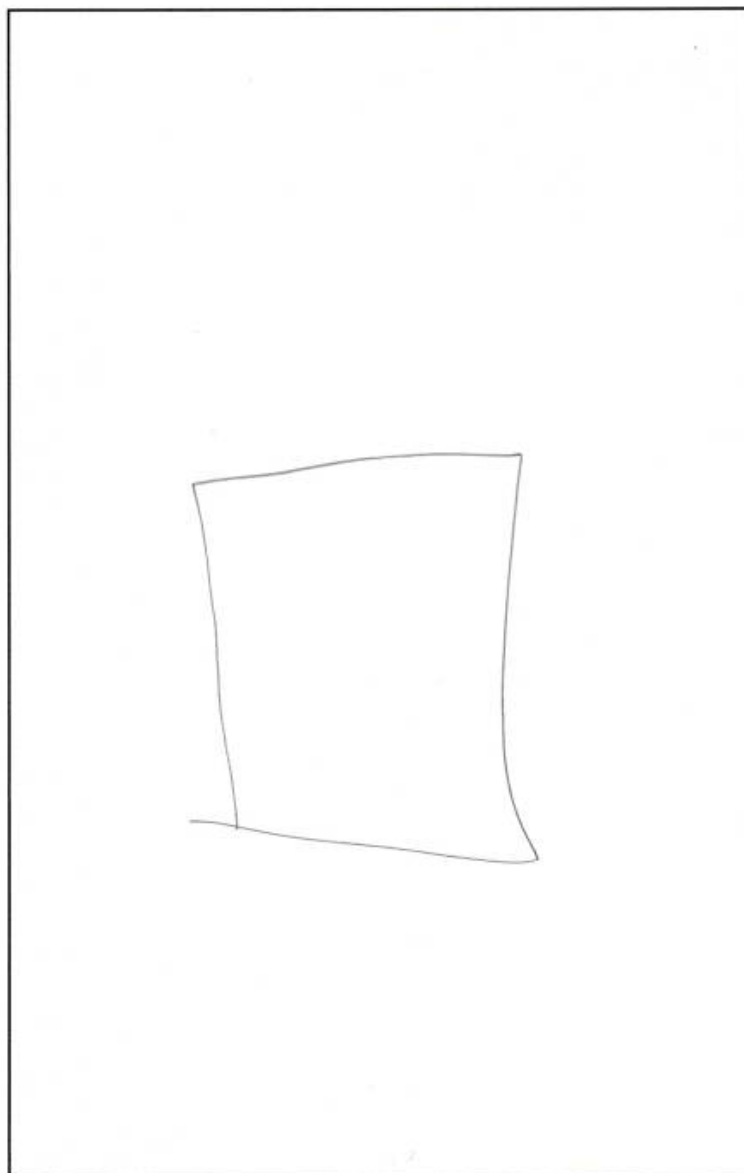
- G: Sim.
- P: E esse aqui também é quadrado (R)?
- G: Sim.
- P: E por que esse aqui (P) não é quadrado?
- G: Porque ele é um círculo!
- P: E esse aqui (Q), por que ele não é quadrado?
- G: É um retângulo.
- P: E esse aqui (S), por que ele não é um quadrado?
- G: Porque ele é um... não lembro.
- P: Não lembra o nome? E nessa linha eu pedi para você circular o que fosse retângulo e você circulou o Y. Esse aqui (U) é retângulo?
- G: Sim.
- P: É? E por que você não circulou?
- G: Porque eu esqueci.
- P: Você quer circular agora?
- G: Sim.
- P: Então circule com lápis de cor.
- G: (circula).
- P: E esse aqui (V), ele é retângulo?
- G: Não.
- P: Por que não?
- G: Porque ele está assim (apontando para o lado não-perpendicular à base).
- P: E quando ele está assim ele não é retângulo?
- G: Não, só se for assim (fazendo a representação com o dedo de um lado perpendicular à base).
- P: E esse aqui (X), ele é retângulo?
- G: Quadrado.
- P: É quadrado?
- G: Sim.
- P: Esse aqui (Z) é retângulo?
- G: Igual esses aqui (apontando para a primeira linha, para o B e o E).
- P: Agora a gente vai fazer uma outra atividade (Apêndice 2). Esse aqui (A) é quadrado?
- G: É. Só tem uma perninha aqui que é assim (referindo-se ao lado menor).
- P: E com essa perninha, assim, ele continua sendo quadrado?
- G: Continua.
- P: Continua? Por que ele continua sendo quadrado?
- G: Porque ele já está assim (referindo-se ao formato da figura), só falta essa pontinha.
- P: E sem essa pontinha ele é quadrado?

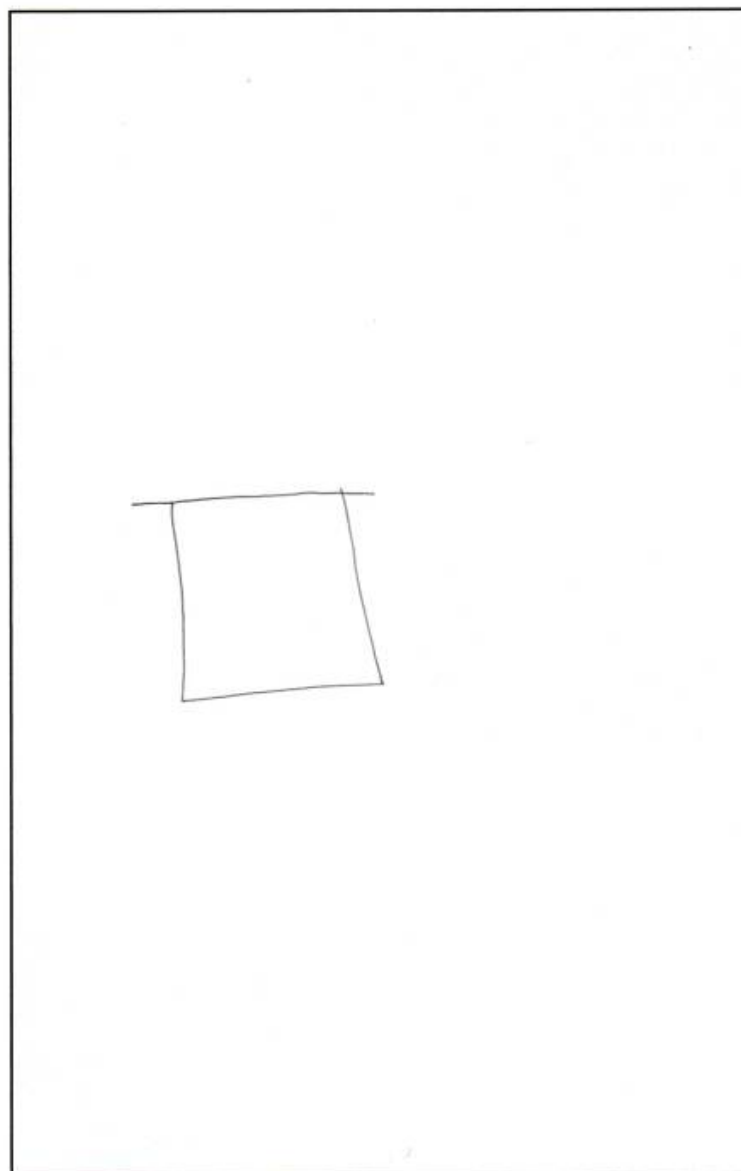
- G: (fica em dúvida)
- P: Você acha que é ou não?
- G: Acho que é.
- P: O que eu preciso ter para ter um quadrado?
- G: (não responde)
- P: Tem que ser parecido com esse?
- G: (faz que sim)
- P: E esse aqui (B), ele é um retângulo?
- G: É.
- P: Por que ele é retângulo?
- G: Porque é igual aquele (apontando para o quadro). É só virar ele assim de lado.
- P: Então ele é retângulo?
- G: É.
- P: E esse aqui (C), ele é triângulo?
- G: É.
- P: Por que ele é triângulo?
- G: Porque ele está assim (virando a folha de ponta cabeça).
- P: E desse jeito, assim (folha sem virar), ele é triângulo?
- G: Sim.
- P: E esse aqui (D)?
- G: Sim. Não, não é!
- P: Não? Por que ele não é triângulo?
- G: Tem uma diferença.
- P: Qual é a diferença?
- G: Um está assim, o outro está com a pontinha aqui em cima, o outro lá embaixo.
- P: E esse aqui (E), ele é triângulo?
- G: É.
- P: Por que ele é triângulo?
- G: Porque está bem certinho.
- P: E esse aqui (F), é triângulo?
- G: Não.
- P: Por que ele não é triângulo?
- G: Porque ele está virado para baixo e está muito fininho.

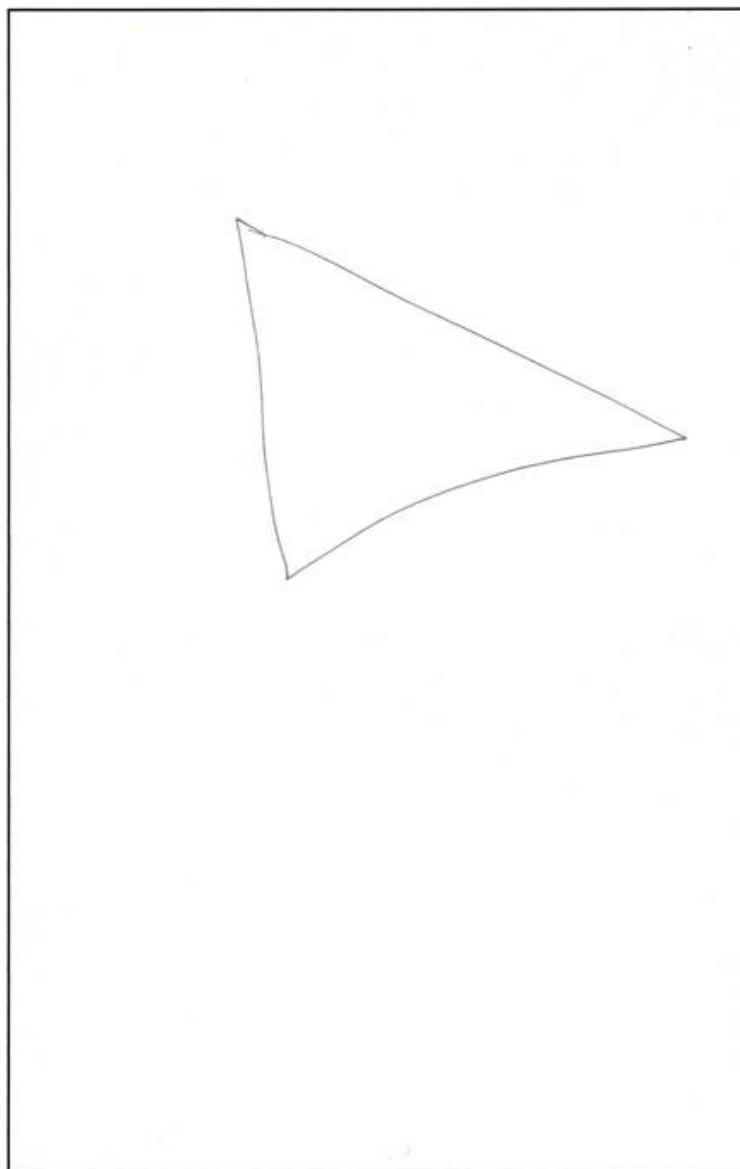




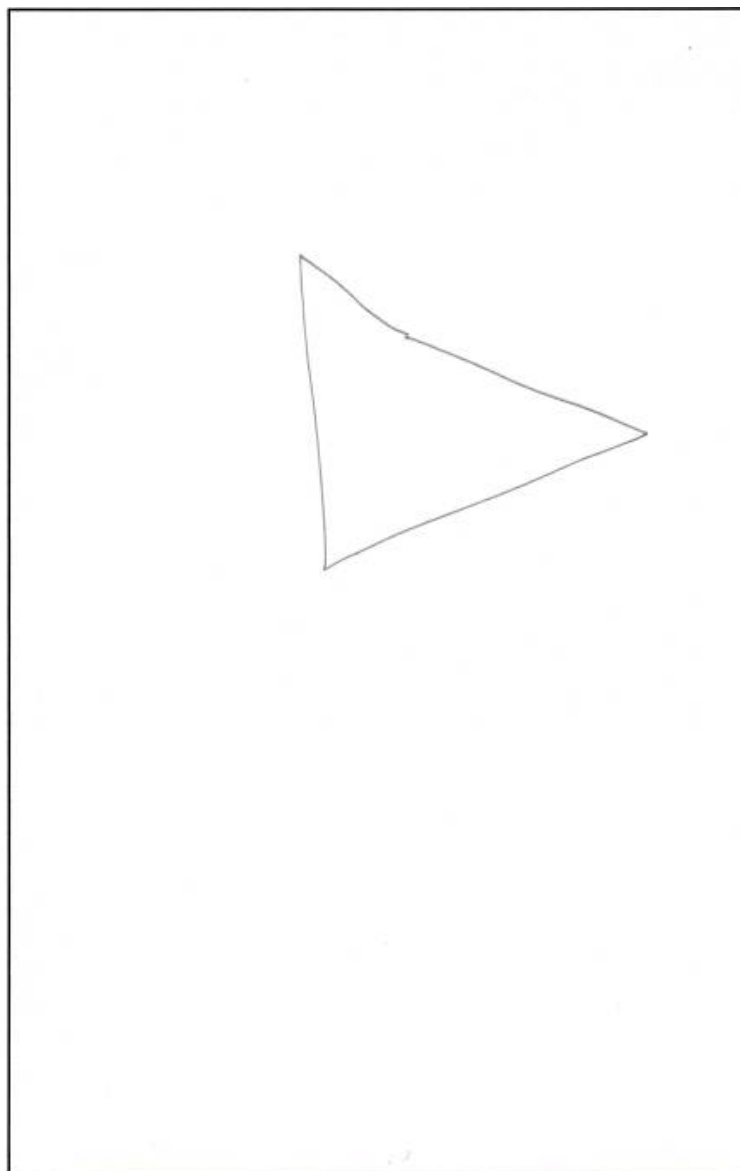


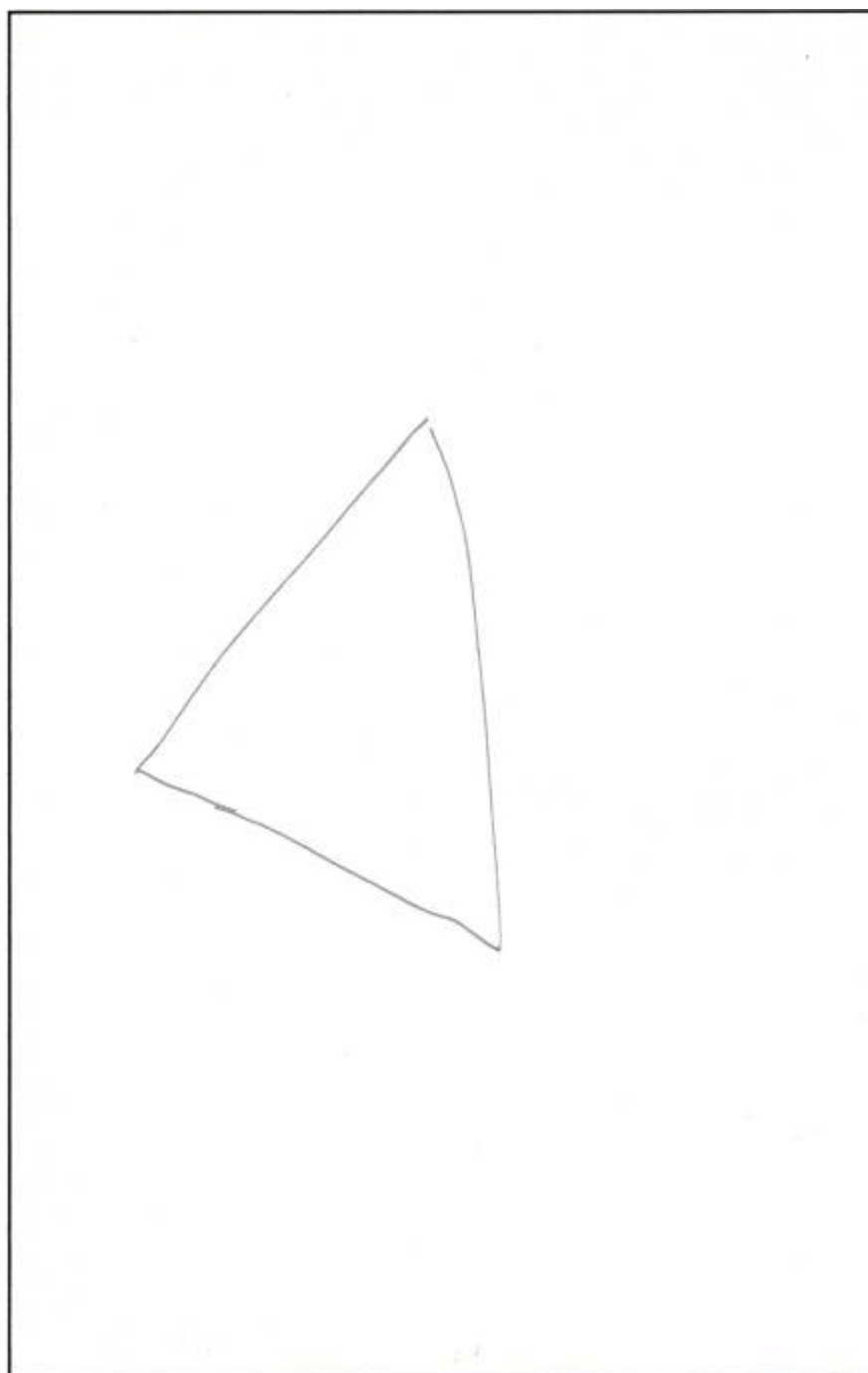










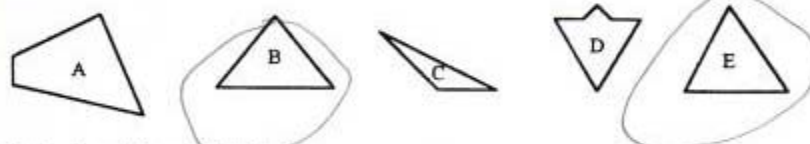


## Anexo

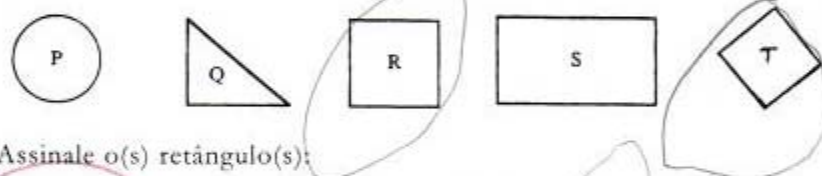
## TESTE DE VAN HIELE

Nome: G Turma: ..... Idade: .....

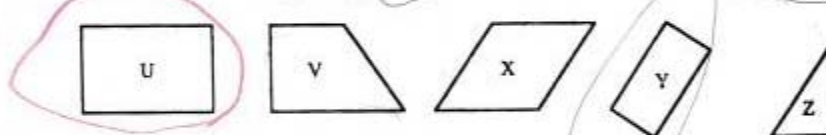
1- Assinale o(s) triângulo(s):



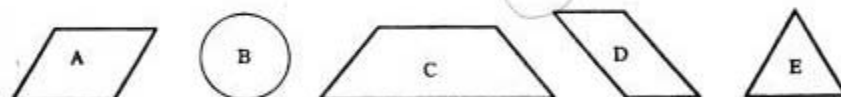
2- Assinale o(s) quadrado(s):



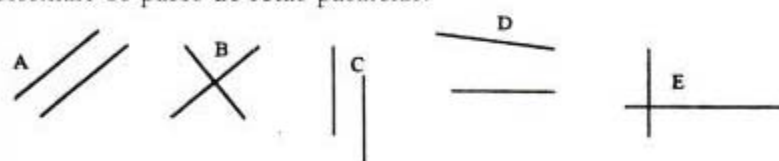
3- Assinale o(s) retângulo(s):



4- Assinale o(s) paralelogramo(s):



5- Assinale os pares de retas paralelas:



Básico:	S
	N

## APÊNDICE 4

### ATIVIDADES DO ENSAIO DA ESTUDANTE M

TRANSCRIÇÃO DO ESTUDO-PILOTO REALIZADO COM A ESTUDANTE M NO DIA 10 DE OUTUBRO DE 2008

P: Eu vou pedir para você fazer alguns desenhos para mim. Você gosta de desenhar?

M: Sim.

P: Você sabe o que é um triângulo?

M: (faz que não com a cabeça)

P: Não sabe? Não tem nem idéia? Você tenta desenhar um triângulo para mim?

M: Aqui?

P: Aqui dentro você tem que desenhar um triângulo.

M: Grande?

P: Do tamanho que você quiser.

M: (desenha em 1)

P: Esse é um triângulo?

M: (não responde que sim nem que não)

P: Sim ou não?

M: Sim.

P: E você sabe desenhar um triângulo diferente para mim?

M: Não. Deitado?

P: Um triângulo que tem que ser diferente desse aqui.

M: Pode ser deitado?

P: Pode.

M: (desenha em 2)

P: E você sabe desenhar um outro triângulo ainda, diferente desse?

M: (desenha em 3)

P: Por que esse aqui é um triângulo?

M: É legal!

P: Mas por que você fez essa figura quando eu te pedi para fazer um triângulo? O que um triângulo tem?

M: Isso aqui (aponta os lados).

P: E esse aqui (desenho feito por ela em 2), também é um triângulo?

M: Não.

P: Por que ele não é um triângulo?

M: (não responde)

P: Mas você não disse que esse aqui era um triângulo?

M: É.

P: E agora não é mais?

- M: É.
- P: E esse aqui (mostrando o desenho feito em 3), também é um triângulo?
- M: (faz que sim)
- P: Agora eu vou pedir para você desenhar aqui um quadrado.
- M: (desenha em 4)
- P: Agora eu vou pedir para você desenhar um quadrado diferente desse aqui.
- M: (desenha em 5)
- P: Ele está diferente desse aqui?
- M: Está.
- P: Sabe desenhar um quadrado diferente desses dois?
- M: Sim.
- P: Então desenhe um quadrado diferente.
- M: (desenha em 6)
- P: Por que esse aqui (mostrando o desenho feito em 4) é um quadrado?
- M: Porque é muito animado.
- P: Por que esse aqui (mostrando o desenho feito em 5) é um quadrado?
- M: Também.
- P: Agora eu vou pedir para você desenhar um retângulo. Sabe desenhar um retângulo?
- M: Uma bola.
- P: (não concordei nem discordei) Desenhe um retângulo.
- M: (desenha em 7)
- P: Agora eu vou pedir para você desenhar um outro retângulo.
- M: (desenha em 8) Agora você não precisa falar!
- P: Esse aqui tem que ser diferente desses dois.
- M: (desenha em 9)
- P: Por que esse aqui é um retângulo?
- M: Animado.
- P: O que tem que ter para ser um retângulo?
- M: Não sei.
- P: Aqui tem um monte de figuras (teste de Van Hiele). Você vai fazer um círculo em volta dos triângulos. Só do que é triângulo. O que você acha que é triângulo você faz um círculo em volta.
- M: (circula B e E)
- P: Tem mais algum triângulo?
- M: Não.
- P: Então aqui, dessas aqui, você vai fazer um círculo em volta do quadrado.
- M: Não tem mais quadrado, só esse (apontando para R).
- P: Só esse? Então circula esse.
- M: Vou fazer um quadrado.
- P: Não tem mais nenhum quadrado aqui?
- M: Não.

P: E aqui eu quero que você faça um círculo para mim em volta do retângulo.

M: Aqui?

P: O que é retângulo?

M: Isso (aponta para Y).

P: Então faz um círculo em volta do retângulo.

M: (circula Y)

P: Tem mais algum retângulo?

M: Não.

P: Não? Nenhum?

M: (faz que não)

P: Aqui na sala, onde que tem alguma coisa parecida com um quadrado?

M: (aponta o relógio, que tem mesmo a forma de um quadrado)

P: O que mais?

M: Cartaz (o calendário, que tem o formato retangular).

P: E o que tem parecido com um retângulo?

M: Janela (a janela é formada por um retângulo e meia circunferência).

#### TRANSCRIÇÃO DO ESTUDO-PILOTO REALIZADO COM A ESTUDANTE M NO DIA 23 DE OUTUBRO DE 2008

P: Lembra dessas atividades que a gente fez aqui?

M: Lembro.

P: Lembra que você fez essa figura quando eu pedi para você fazer um triângulo e você fez esse aqui (1)? Depois eu pedi para você fazer um triângulo diferente e você fez esse (2). Por que esses dois triângulos são diferentes?

M: Não sei.

P: Lembra que eu pedi para você: "Faça um triângulo diferente", e você fez esse aqui (2)? Por que eles são diferentes?

M: Animado.

P: Como assim, animado? Me explique o que é animado.

M: Feliz.

P: Feliz? Esse triângulo é feliz?

M: Sim.

P: Depois você fez esse outro triângulo, aqui (3), e você falou que era diferente desses dois. Lembra disso?

M: Lembro.

P: Por que ele é diferente?

M: Porque é animado também.

P: Mas por que você acha que ele é animado?

M: Fica ali, feliz.

- P: E esse aqui (4)?
- M: Agora o quadrado.
- P: Isso, daí você fez esse outro quadrado (5). Por que eles são diferentes?
- M: Estão "feliz".
- P: Esse quadrado (4) é diferente desse (5). Por quê? O que ele tem de diferente?
- M: Fácil.
- P: E esse quadrado (6) ainda é diferente desses dois (4 e 5). Por que ele é diferente?
- M: Não sei!
- P: Então vamos ver o retângulo. Por que esse retângulo (7) é diferente desse (8)?
- M: Está feliz!
- P: Por que esses dois (7 e 8) são diferentes?
- M: Porque... não sei!
- P: E esse aqui (9), é diferente por quê?
- M: Não sei também.
- P: Aqui eu pedi para você circular os triângulos. Lembra que você circulou para mim esses dois triângulos (B e E)?
- M: Sim.
- P: Por que esse aqui (A) não é triângulo?
- M: Porque não.
- P: Por que você disse que esse aqui não era triângulo?
- M: Não sei.
- P: Por que ele não é triângulo?
- M: É o A.
- P: Mas por que o A não é um triângulo?
- M: Não sei.
- P: Ele tem alguma coisa para não ser triângulo?
- M: Não.
- P: Ele tem alguma coisa diferente que não é triângulo?
- M: Não.
- P: E esse aqui (C), por que ele não é triângulo?
- M: É quadrado.
- P: É quadrado? Por que esse aqui não é triângulo?
- M: Porque sim.
- P: Por que ele não é triângulo?
- M: Não sei.
- P: E esse aqui (D), por que ele não é triângulo?
- M: Não sei também.
- P: Aqui eu pedi para você circular os quadrados. Lembra que você falou que iria fazer um quadrado em volta do quadrado? Por que esse aqui (P) não é quadrado?

M: Porque ele é o "O".

P: E esse aqui (Q), por que ele não é quadrado?

M: Não sei. Não sei tudo!

P: (sobre atividades do Apêndice 2). Esse aqui (A) é um quadrado?

M: É!

P: É um quadrado? Por que ele é um quadrado?

M: Porque sim. Posso fazer o desenho?

P: Pode.

P: E esse aqui (B), ele é um retângulo?

M: Não.

P: Por que ele não é um retângulo?

M: É!

P: Ele é um retângulo ou não é?

M: É.

P: Por que ele é um retângulo?

M: Não sei.

P: Como você sabe que ele é um retângulo?

M: É que eu sei, mas eu não sei.

P: E ele é um retângulo?

M: É.

P: E esse aqui (C), ele é triângulo?

M: É.

P: Por que ele é triângulo?

M: Não sei também.

P: E esse aqui (D), é triângulo?

M: Não. É!

P: É ou não é?

M: É!

P: Por que ele é?

M: Não sei!

P: E esse aqui (E), é triângulo?

M: Não sei.

P: Não sabe se é triângulo ou não?

M: É.

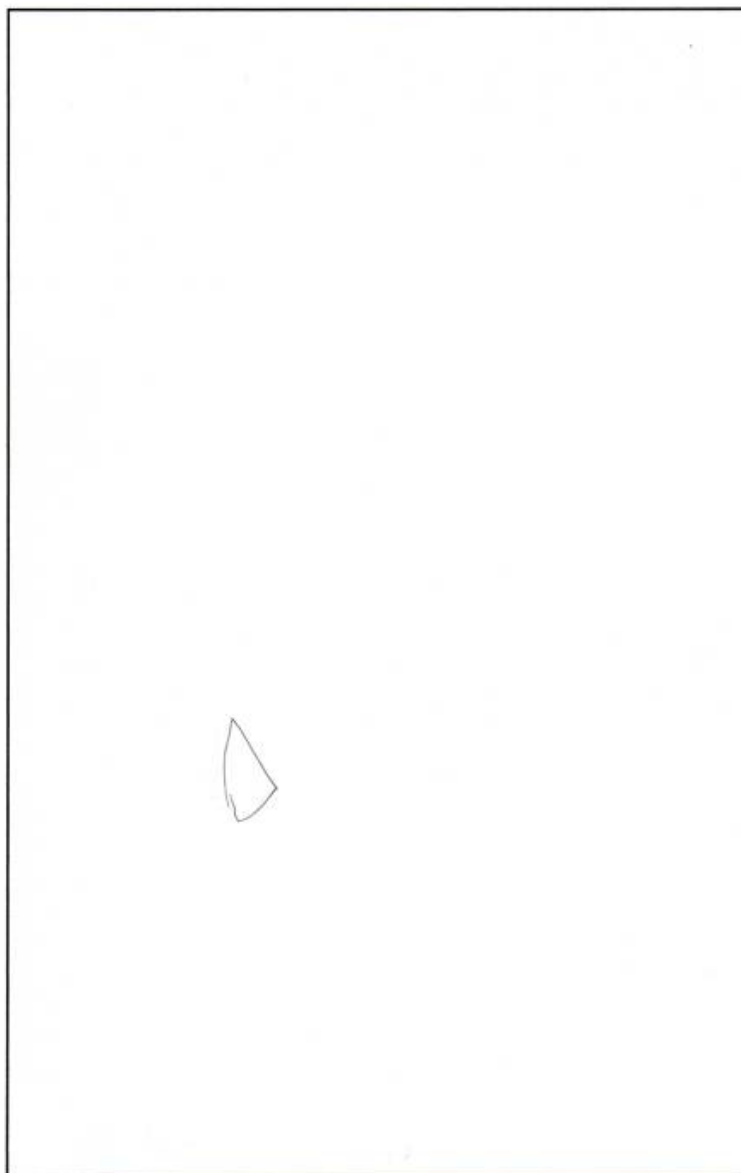
P: Ele é triângulo? Por que ele é?

M: Não sei também!

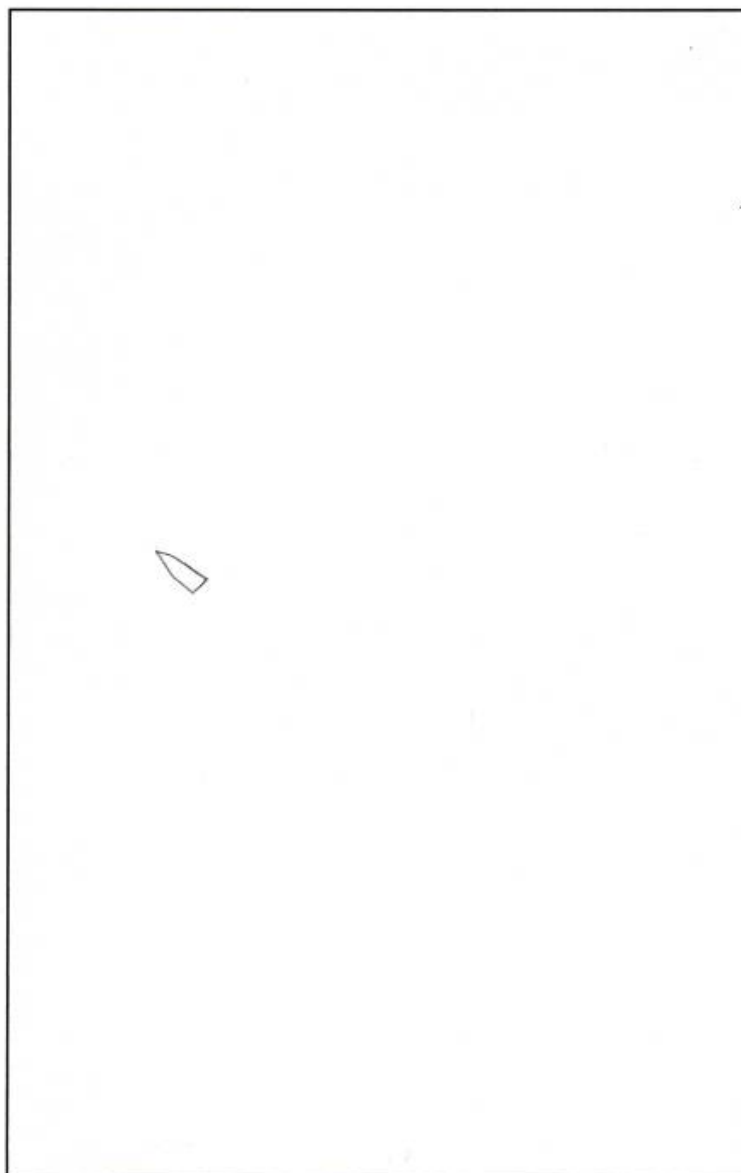
P: O que tem um triângulo para ser triângulo? O que um triângulo tem?

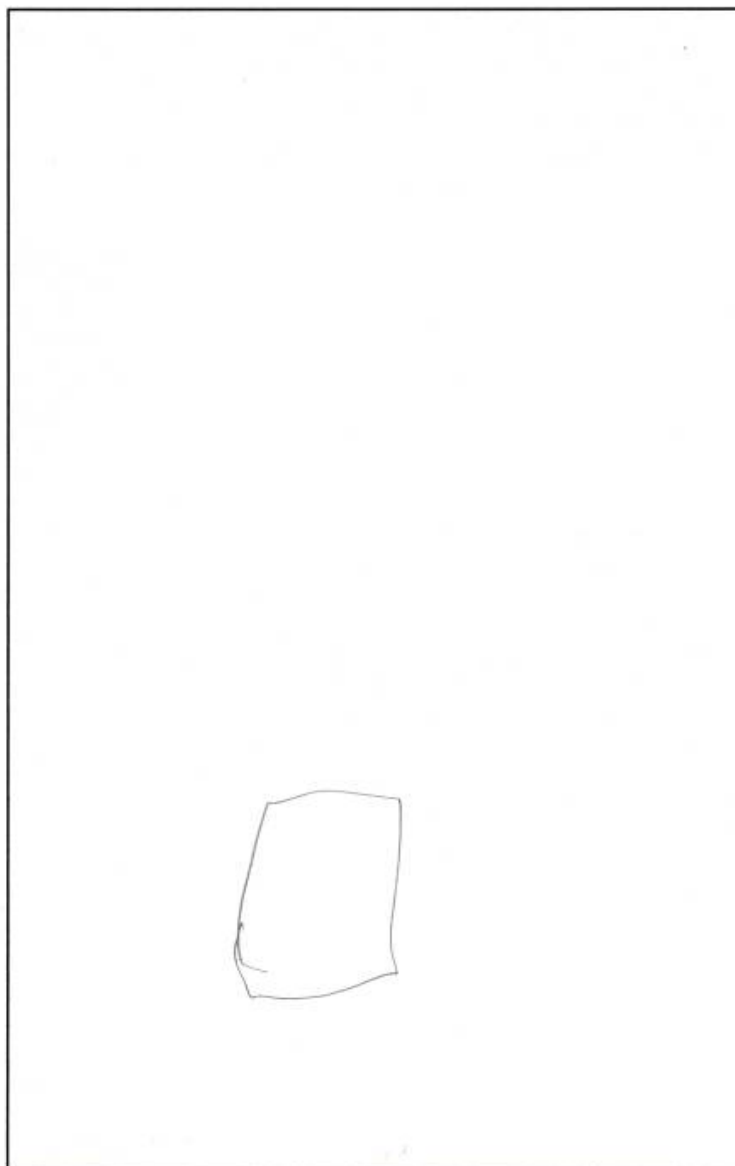
M: Não sei.

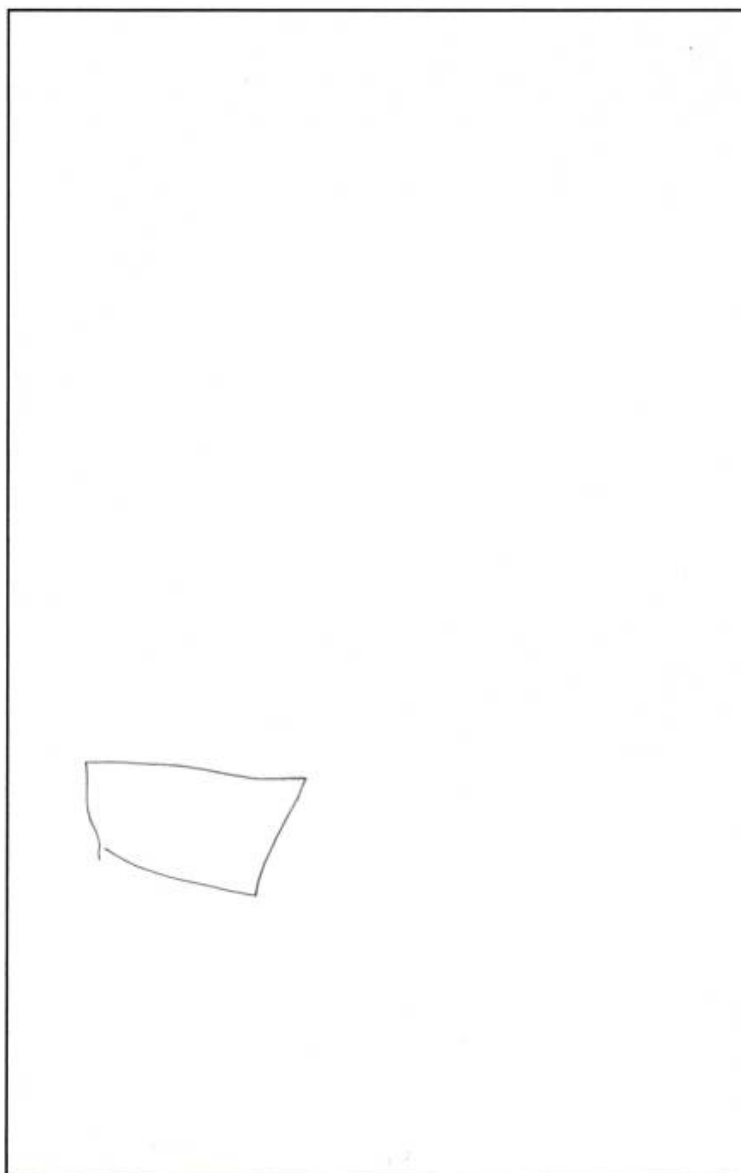


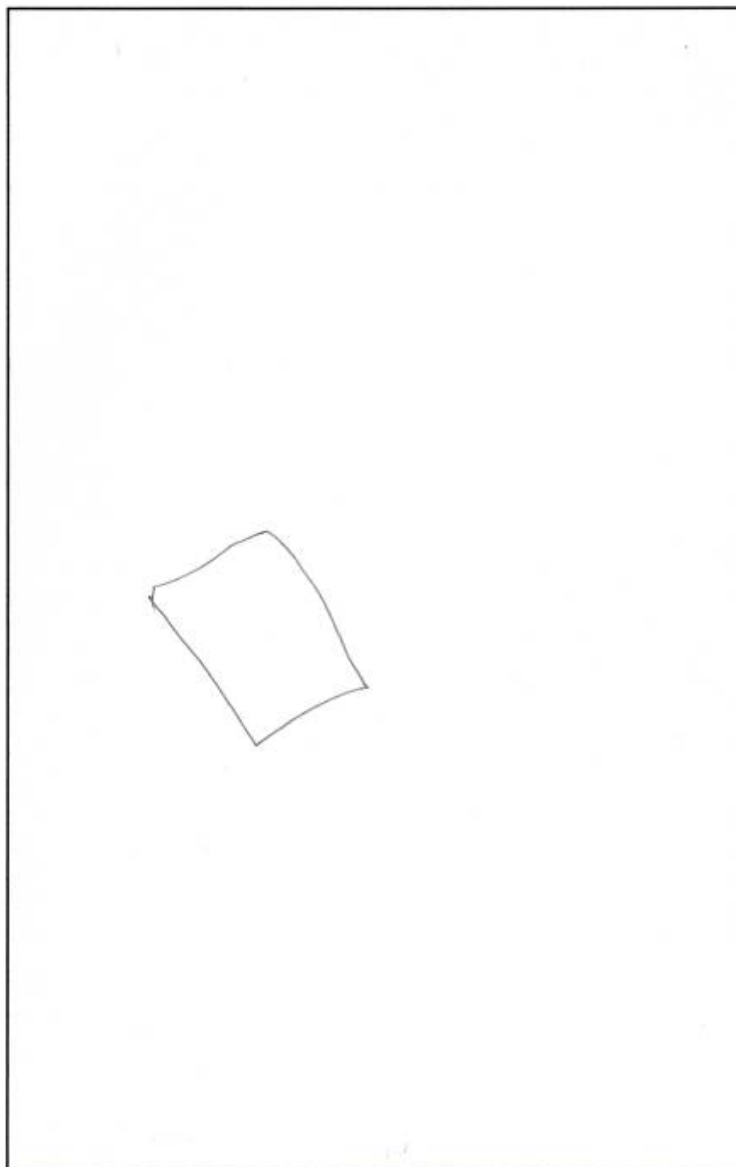


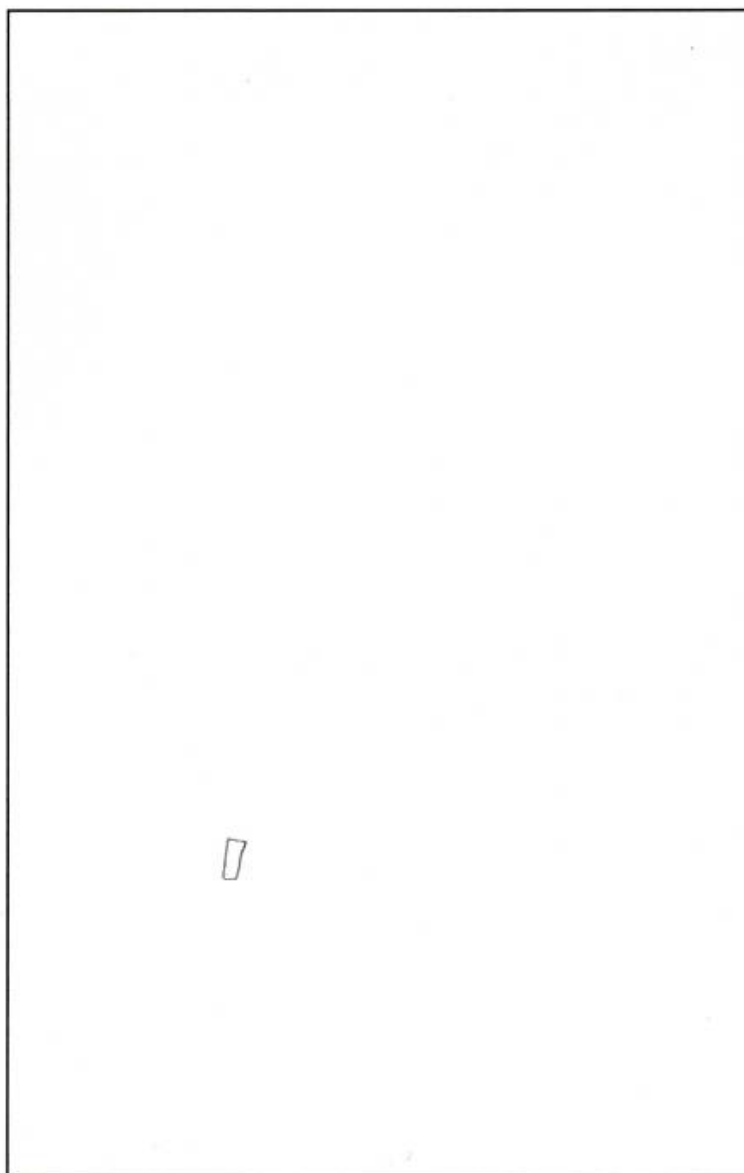


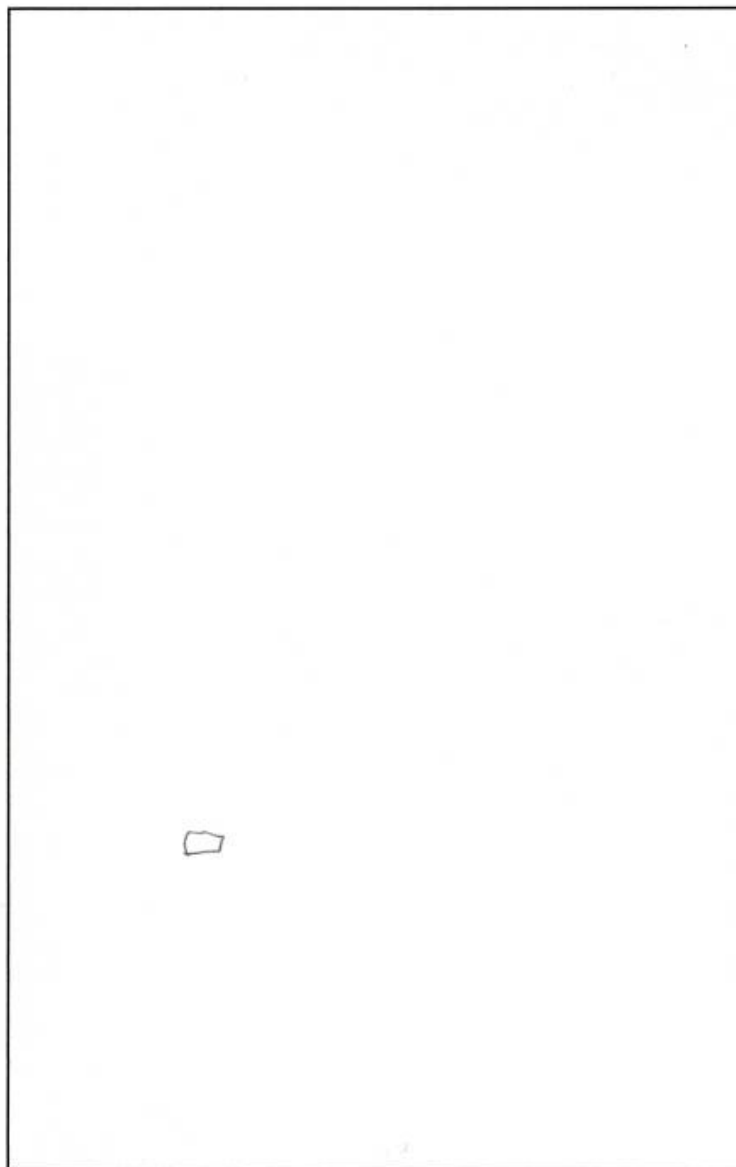




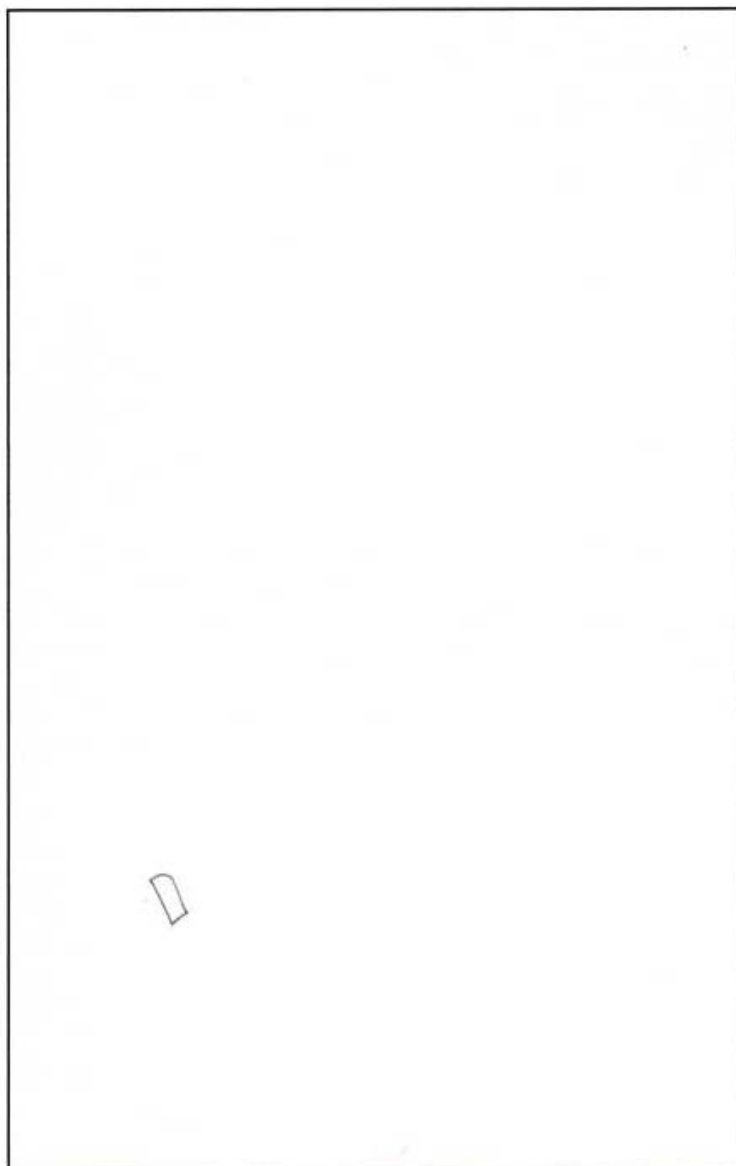










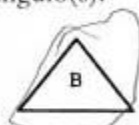
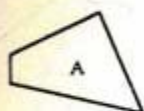


## Anexo

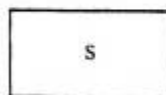
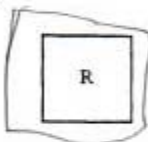
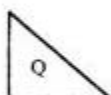
## TESTE DE VAN HIELE

Nome: M Turma: ..... Idade: .....

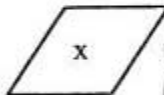
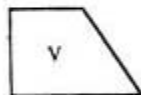
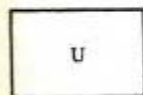
1- Assinale o(s) triângulo(s):



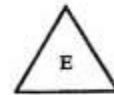
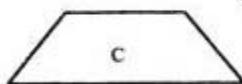
2- Assinale o(s) quadrado(s):



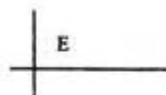
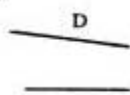
3- Assinale o(s) retângulo(s):



4- Assinale o(s) paralelogramo(s):



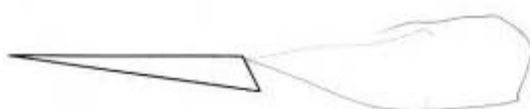
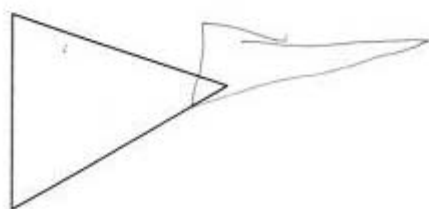
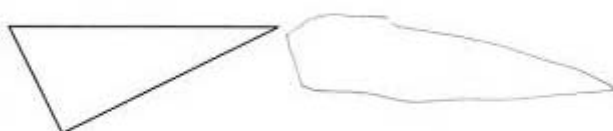
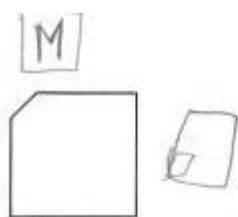
5- Assinale os pares de retas paralelas:



Básico:

S

N



## APÊNDICE 5

### ATIVIDADES DO ENSAIO DO ESTUDANTE R

TRANSCRIÇÃO DO ESTUDO-PILOTO REALIZADO COM O ESTUDANTE R NO DIA 10 DE OUTUBRO DE 2008

P: Você sabe o que é um triângulo?

R: (faz que sim)

P: Sabe? Então vou pedir para você desenhar para mim um triângulo.

R: (desenha em 1, virando a folha).

P: Você sabe fazer para mim um triângulo diferente desse aqui (1)? Tente fazer um triângulo diferente.

R: (desenha em 2)

P: E você sabe fazer um outro triângulo diferente desses aqui?

R: (faz que sim)

P: Então faça um triângulo diferente desses dois.

R: (desenha em 3)

P: Isso, por que esse aqui (desenho feito em 3) é um triângulo?

R: Porque vai ser uma casa.

P: E você sabe o que é um quadrado?

R: (faz que sim)

P: Então desenhe para mim aqui um quadrado.

R: (desenha em 4, virando a folha)

P: Sabe fazer um quadrado diferente? Desenhe para mim um quadrado diferente desse.

R: (desenha em 5)

P: Consegue fazer um outro quadrado diferente?

R: (faz que não)

P: Não quer tentar?

R: Não.

P: Não? Por que esse aqui (desenho feito em 4) é um quadrado?

R: Porque vai ser uma casa.

P: Também porque vai ser uma casa?

R: (faz que sim)

P: Agora eu vou pedir para você desenhar um retângulo.

R: (desenha em 6)

P: Agora vamos desenhar um retângulo diferente desse aí?

R: (desenha em 7, virando a folha)

P: Sabe desenhar um outro retângulo diferente?

- R: (faz que sim)
- P: Então desenhe para mim, aqui, um retângulo diferente desses dois.
- R: (desenha em 8)
- P: Por que esse aqui (desenho feito em 8) é um retângulo? Por que quando eu pedi um retângulo você desenhou esse (6), esse aqui (7)? Por que esses aqui são retângulos?
- R: Não sei.
- P: Mas sabe que é um retângulo?
- R: Sim.
- P: Está vendo essas figuras aqui na primeira linha (teste de Van Hiele)? Eu vou pedir para você circular para mim os triângulos. Quais forem triângulos você faz um círculo em volta.
- R: (circula B e E)
- P: Tem mais algum triângulo aqui? Só nessa linha, tem mais algum?
- R: Não.
- P: E aqui, nessa segunda linha, vou pedir para circular quadrados.
- R: (circula R e T)
- P: Tem mais algum quadrado?
- R: Não.
- P: E aqui, na terceira, eu vou pedir para circular retângulos.
- R: (circula U e Y)
- P: Agora me diga: por que esse aqui (A) não é triângulo?
- R: É meio torto.
- R: (figura C) Ele é de ponta-cabeça.
- R: (figura D) Porque tem esse negócio.
- P: Por que não é quadrado?
- R: (figura P) Porque é um círculo.
- R: (figura Q) Porque ele é um quadrado mas não tem aqui. (desenhando com o dedo lados paralelos ao ângulo reto).
- R: (figura S) Porque tinha que passar aqui (no meio).
- P: Por que não é retângulo?
- R: (figura V) Porque tem que desenhar aqui (referindo-se ao lado que não forma ângulo reto).
- R: (figura X) Porque tem que desenhar aqui e aqui (referindo-se a lados perpendiculares às paralelas da horizontal).
- R: (figura Z) Porque tem que desenhar aqui e aqui para cima (referindo-se a paralelas às retas perpendiculares do triângulo).

TRANSCRIÇÃO DO ESTUDO-PILOTO REALIZADO COM O ESTUDANTE R NO DIA 23 DE OUTUBRO DE 2008

P: Lembra dessas atividades que a gente fez aqui?

R: Sim.

P: Aqui eu pedi para você desenhar um triângulo e você desenhou esse aqui (1). Depois eu pedi um triângulo diferente e você desenhou esse (2). Por que esse aqui (2) é diferente desse (1)?

R: (não responde)

P: Por que eles são diferentes? O que eles têm de diferente?

R: (não responde)

P: Não sabe o que eles têm de diferente? Igual jogo dos sete erros: o que um é diferente do outro?

R: (não responde)

P: Por que um é diferente do outro?

R: (não responde)

P: E esse aqui (3) ainda é diferente. Por que esse aqui (3) é diferente desse (1) e também diferente desse (2)?

R: Porque é de lado.

P: Ah, porque esse é de lado, e esse (2) é de pé. E esse aqui (1)?

R: De pé também.

P: E essa aqui (4), lembra que figura que é essa?

R: Retângulo.

P: Esse é um quadrado. Eu pedi para você desenhar um quadrado e você desenhou essa figura. Ele é um quadrado?

R: É.

P: Depois você desenhou esse quadrado diferente (5). Por que esse quadrado é diferente?

R: Porque as duas pontas são assim (quadrado representado com lados não paralelos à margem da folha).

P: E mesmo as duas pontas sendo assim ele continua sendo quadrado?

R: Sim.

P: E essa figura aqui (6), que figura que é essa?

R: É um retângulo.

P: E esse retângulo (6) é diferente desse (7)?

R: Sim.

P: Por que ele é diferente?

R: Porque um está em pé e o outro deitado.

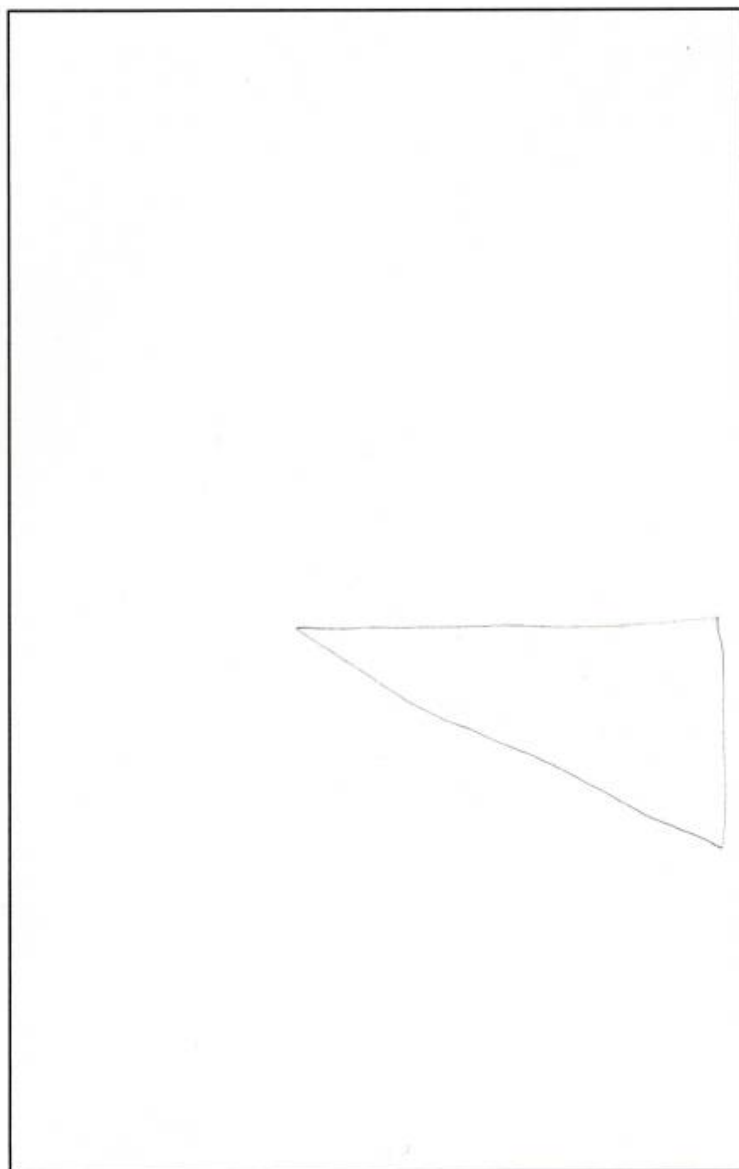
P: E esse retângulo aqui (8), é diferente desses dois?

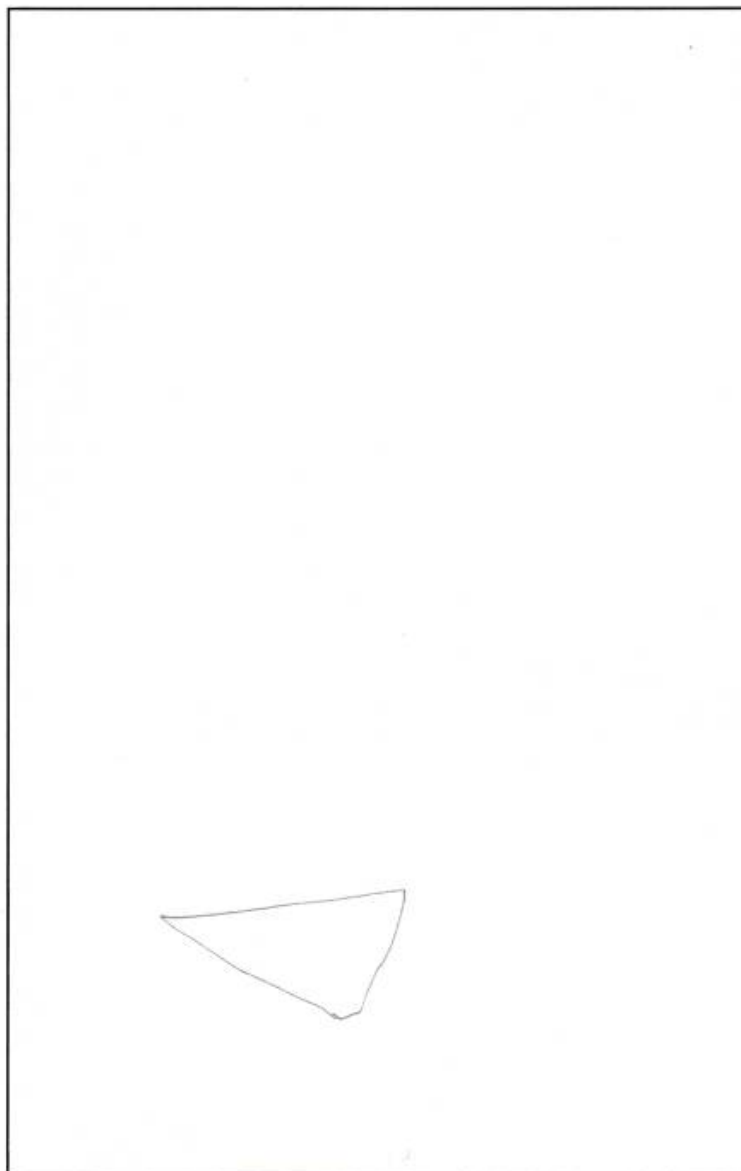
- R: Sim.
- P: Por quê?
- R: Porque ele é deitado.
- P: Mas esse aqui (6) também é deitado. Você fez dois deitados?
- R: Sim.
- P: E esses dois (6 e 8) são diferentes?
- R: (faz que não com a cabeça)
- P: São iguais?
- R: Sim.
- P: Lembra dessa atividade aqui que você circulou para mim (teste de Van Hiele)?
- R: Sim.
- P: Por que esse aqui (A) não é triângulo?
- R: Porque ele é assim, esse é mais comprido e é de lado.
- P: Eu vou pedir para você desenhar como ele tinha que ser para ser um triângulo.
- R: Tá (desenha em 10).
- P: E esse (C) é triângulo?
- R: Não.
- P: Por que ele não é triângulo?
- R: É mais comprido e é de ponta-cabeça.
- P: E não pode ser mais comprido?
- R: Não.
- P: E esse aqui (D) por que ele não é triângulo?
- R: Porque tem esse negócio.
- P: Mas se não tivesse esse negócio (escondi com o dedo) ele seria triângulo?
- R: Sim.
- P: E esse (P), por que ele não é quadrado?
- R: Porque ele tinha que ser assim (apontando para a figura R).
- P: E esse (Q), por que ele não é quadrado?
- R: Está faltando uma outra parte.
- P: E esse (S), por que ele não é quadrado?
- R: Porque ele é mais comprido.
- P: E mais comprido não pode?
- R: Não.
- P: Esse aqui (T), por que ele é quadrado?
- R: Porque está virado, mas ele é um quadrado.
- P: Mas esse aqui (C) você não falou que está de ponta-cabeça?
- R: Sim.

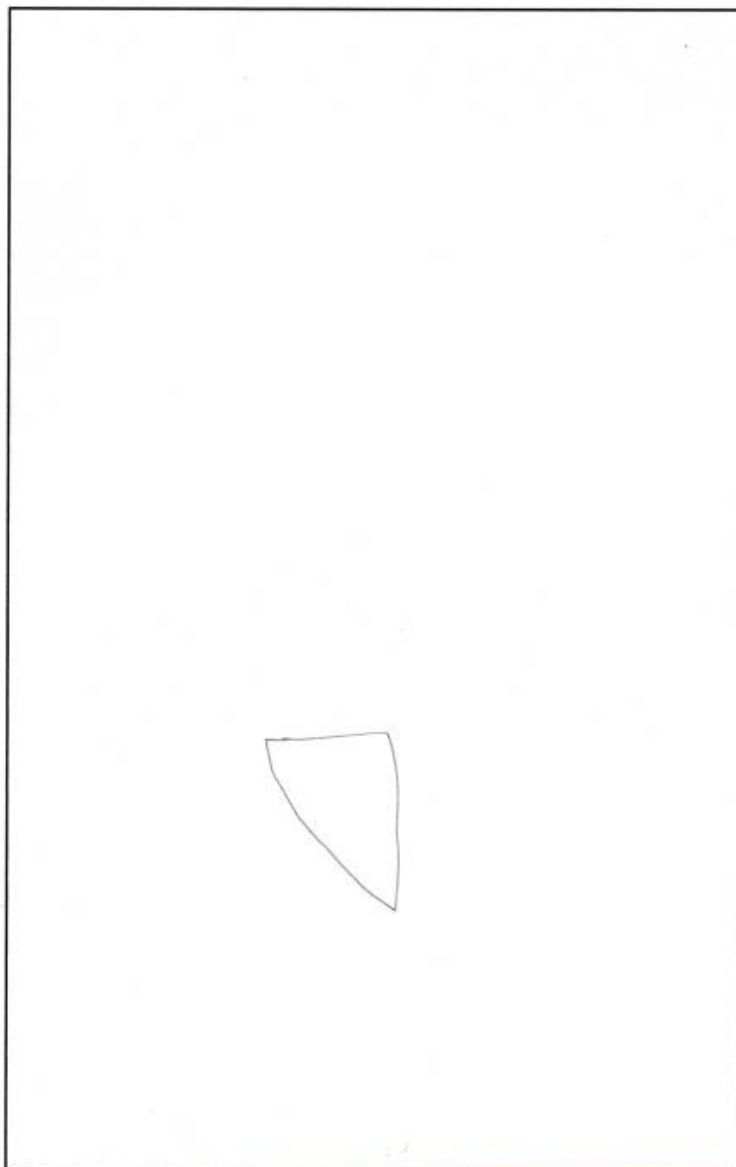
- P: De ponta-cabeça esse aqui (C) não pode, mas esse aqui (T) pode?
- R: Sim.
- P: Esse aqui (U) você falou que era retângulo. Por que esse aqui (V) não é retângulo?
- R: Porque tem que fazer outra parte.
- P: E sem essa outra parte ele não é retângulo?
- R: Não.
- P: E esse aqui (X), por que ele não é retângulo?
- R: Porque tem que desenhar aqui e aqui.
- P: Desse jeito que ele está aqui ele não é retângulo?
- R: Não.
- P: E esse aqui (Z), ele é retângulo?
- R: Não.
- P: Por que ele não é retângulo?
- R: Porque tem que terminar a outra parte.
- P: Eu quero que você diga para mim, aqui, se essa figura (A) é um quadrado (Apêndice 2)?
- R: Não.
- P: Por que ela não é um quadrado?
- R: Porque tem que fazer aqui.
- P: Aqui onde? Mostre para mim, faça um risco onde tem que fazer.
- P: E esse aqui (B), ele é retângulo?
- R: Não.
- P: Por que ele não é retângulo?
- R: Porque não tem aqui.
- P: Então termine para mim.
- P: E esse aqui (C), ele é um triângulo?
- R: Não.
- P: Por que ele não é triângulo?
- R: Porque ele tinha que estar assim (fazendo a representação com o dedo).
- P: Então desenhe para mim, aqui, como ele tinha que ficar.
- P: E esse aqui (D), ele é um triângulo?
- R: Não.
- P: Por que ele não é um triângulo?
- R: Porque é muito comprido aqui e aqui também.
- P: Desenhe para mim, então, como tinha que ser o triângulo.
- P: E esse aqui (E), ele é um triângulo?
- R: Não.
- P: Por que não?

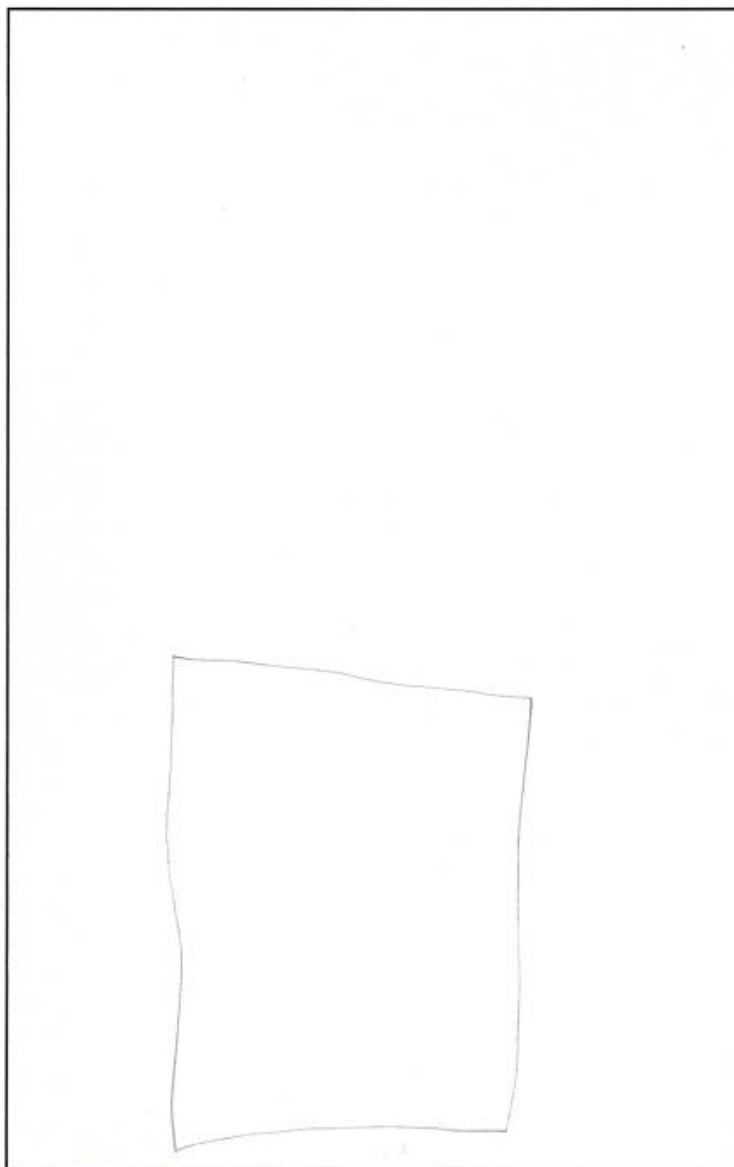


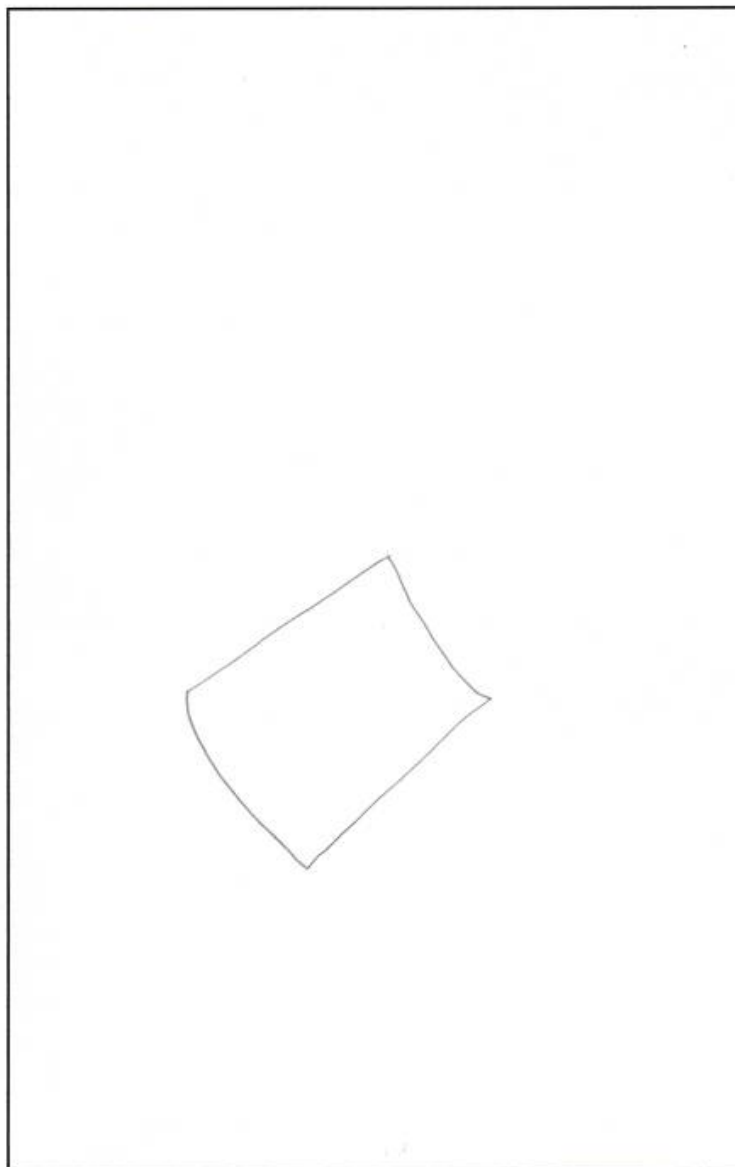
- R: Porque ele está de lado.
- P: Então desenhe para mim como ele tinha que ser.
- P: E esse aqui (F), é um triângulo?
- R: Não.
- P: Por que não?
- R: Porque é muito comprido e tinha que ser de pé.
- P: Então faça para mim como ele tinha que ser.
- P: Você lembra que quando eu pedi para você fazer um triângulo você me disse que esse aqui era triângulo porque ele ia ser uma casa. Por quê? Você faz a casa com triângulo? Como você faz? Vou pegar uma outra folha para você.
- R: (vai explicando e desenhando) Tem um triângulo, daí um quadrado aqui, outro quadrado aqui, mais um quadrado, mais um quadrado, mais um quadrado.
- P: Agora, olhando aqui na sala, me diga alguma coisa que se parece com um quadrado.
- R: O quadro.
- P: O que mais se parece com um quadrado?
- R: Cartaz.
- P: O cartaz com o calendário? Ele é um quadrado?
- R: Não, mas parece.
- P: Parece um quadrado, mas ele não é um quadrado? O que ele é, então?
- R: Um retângulo.
- P: E o que se parece com um retângulo aqui na sala?
- R: Caixinha vermelha (que tem formato retangular).

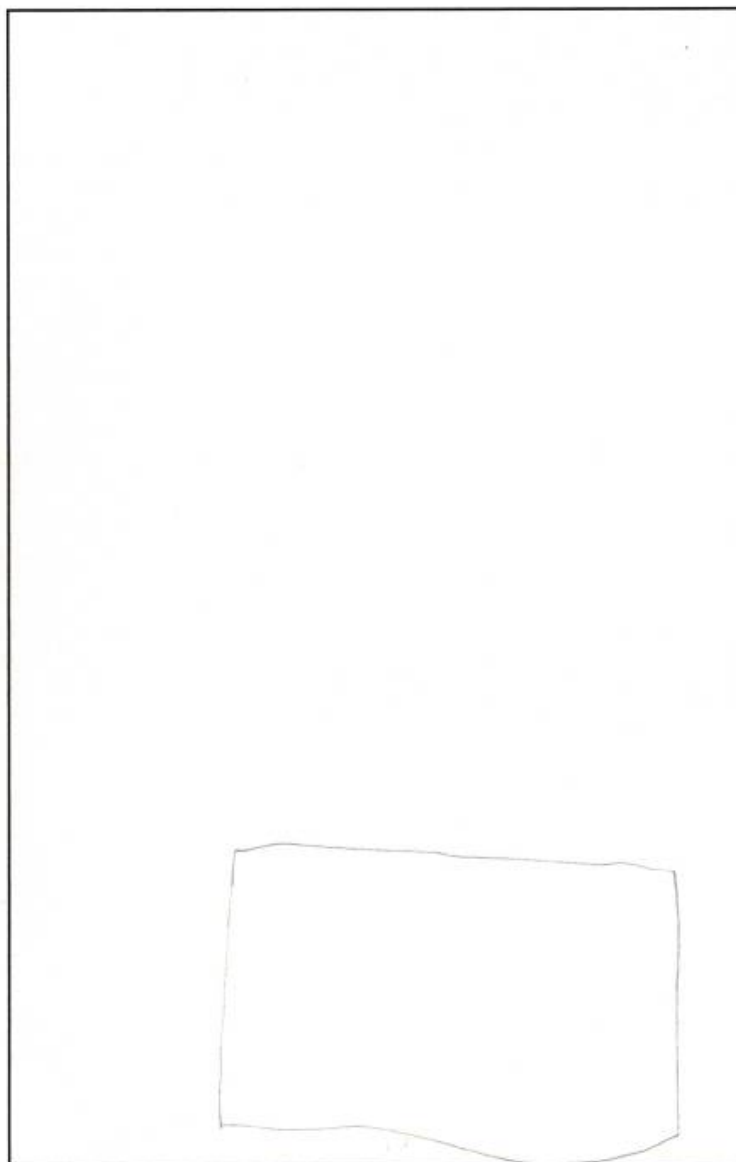


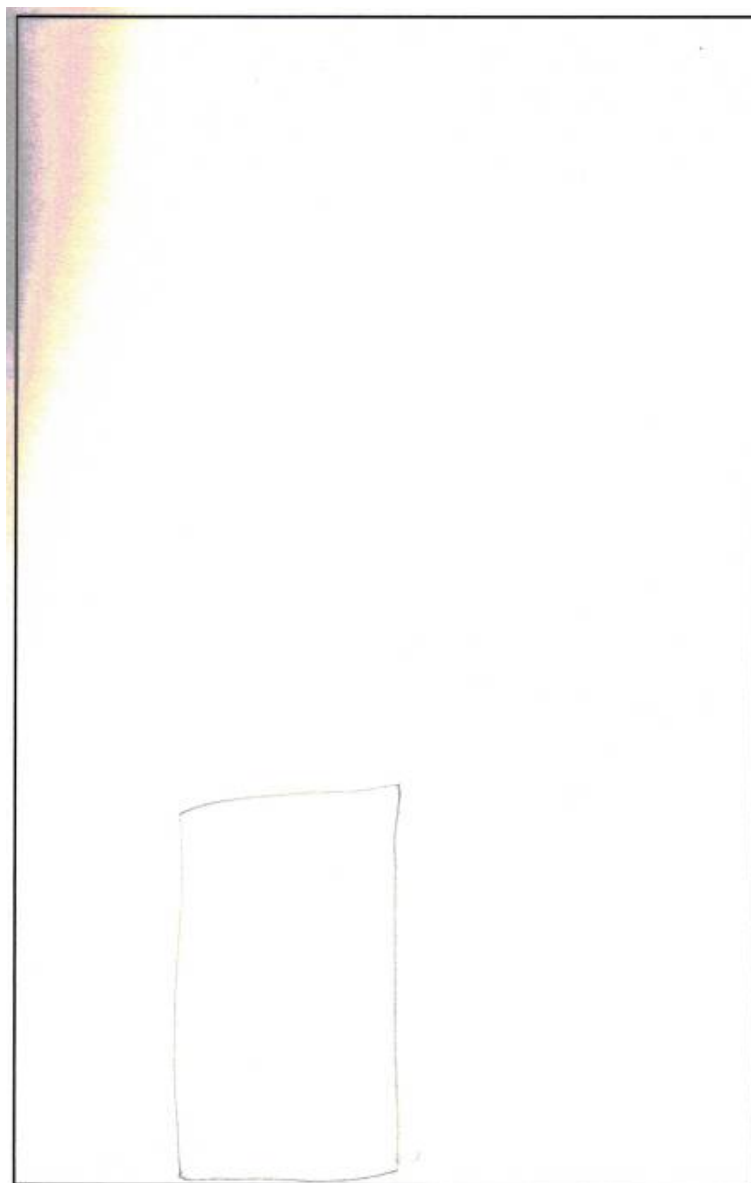




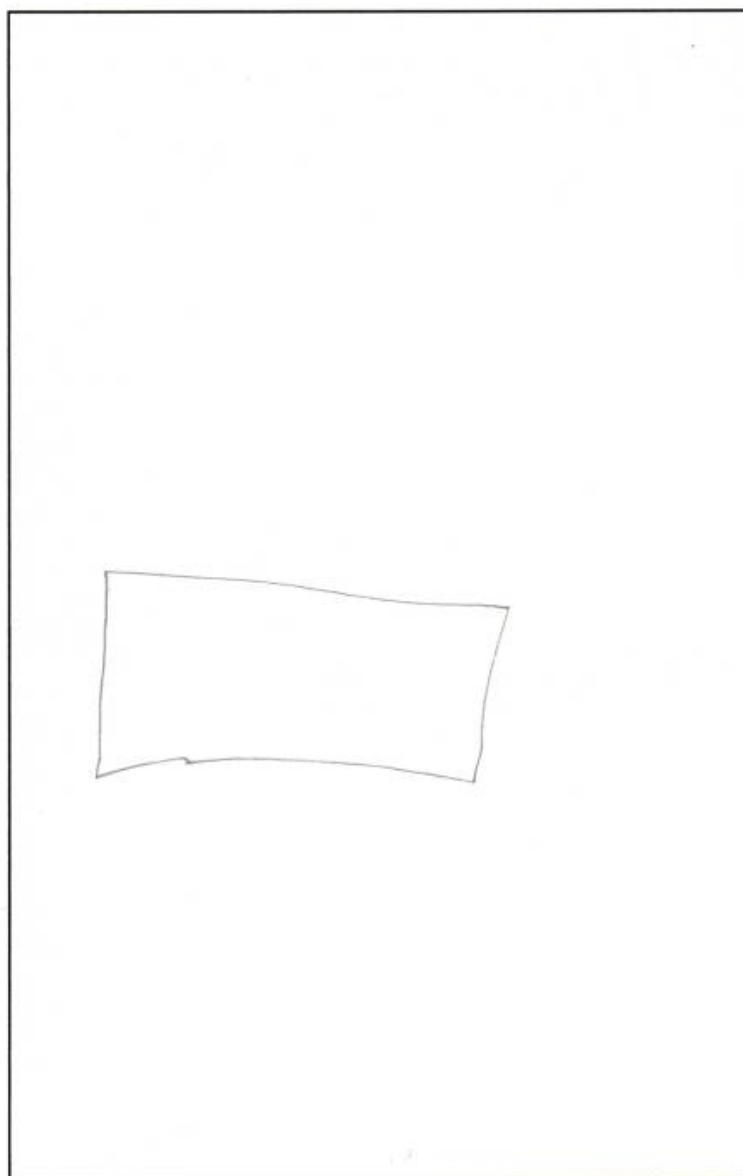










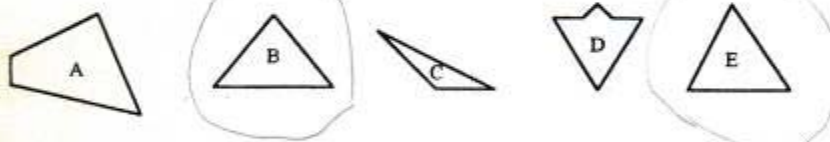


## Anexo

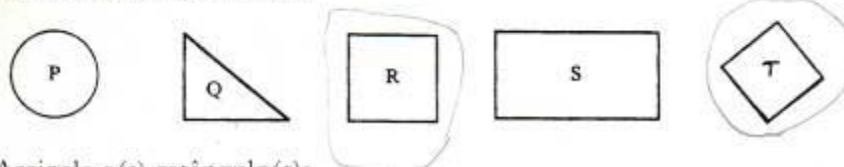
## TESTE DE VAN HIELE

Nome: R Turma: ..... Idade: .....

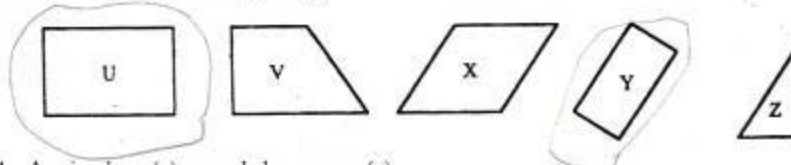
1- Assinale o(s) triângulo(s):



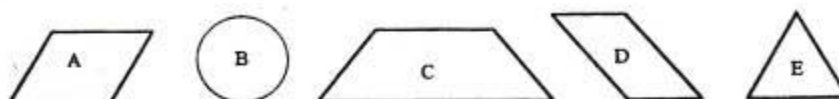
2- Assinale o(s) quadrado(s):



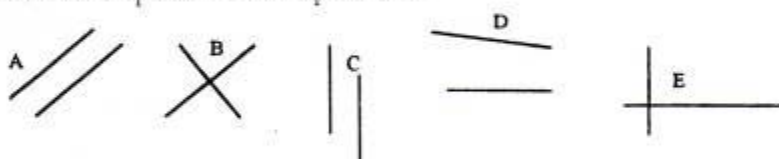
3- Assinale o(s) retângulo(s):



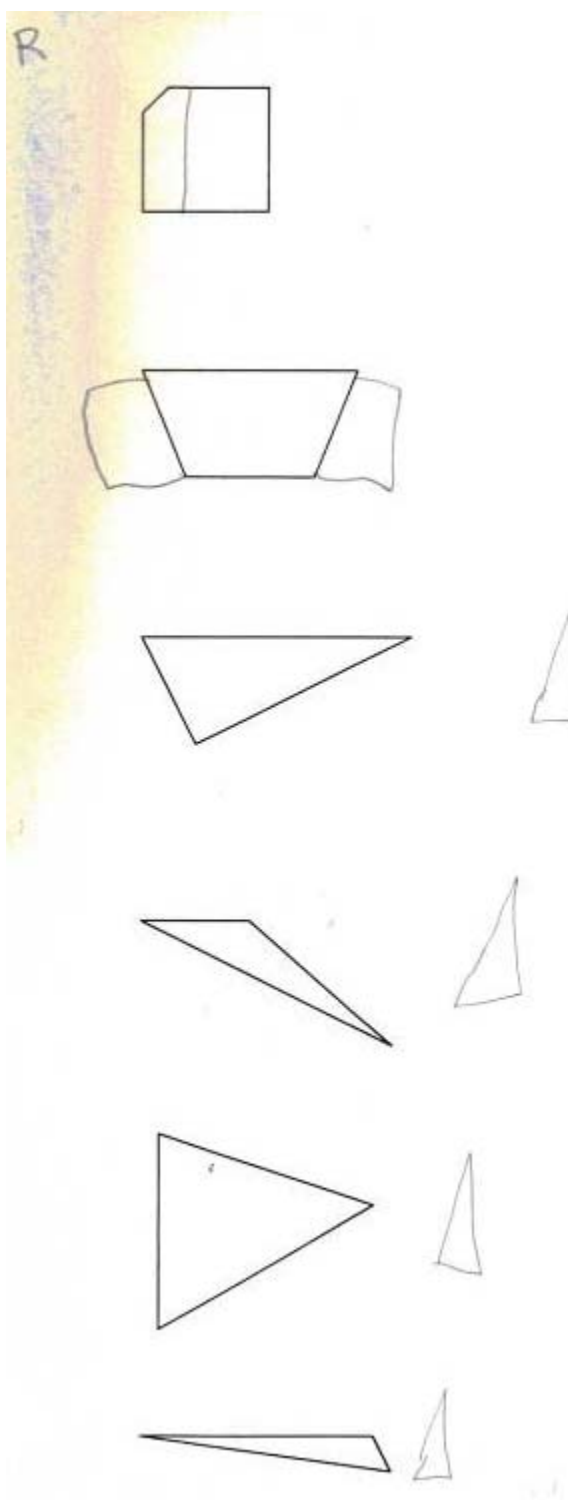
4- Assinale o(s) paralelogramo(s):



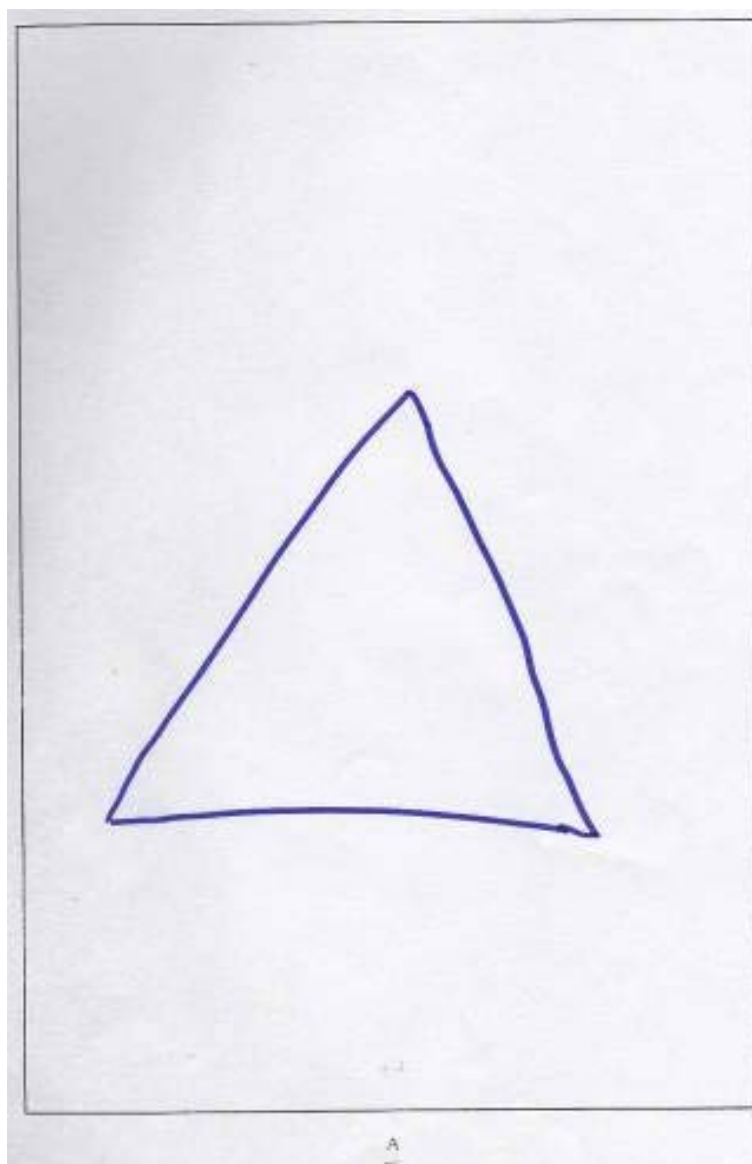
5- Assinale os pares de retas paralelas:

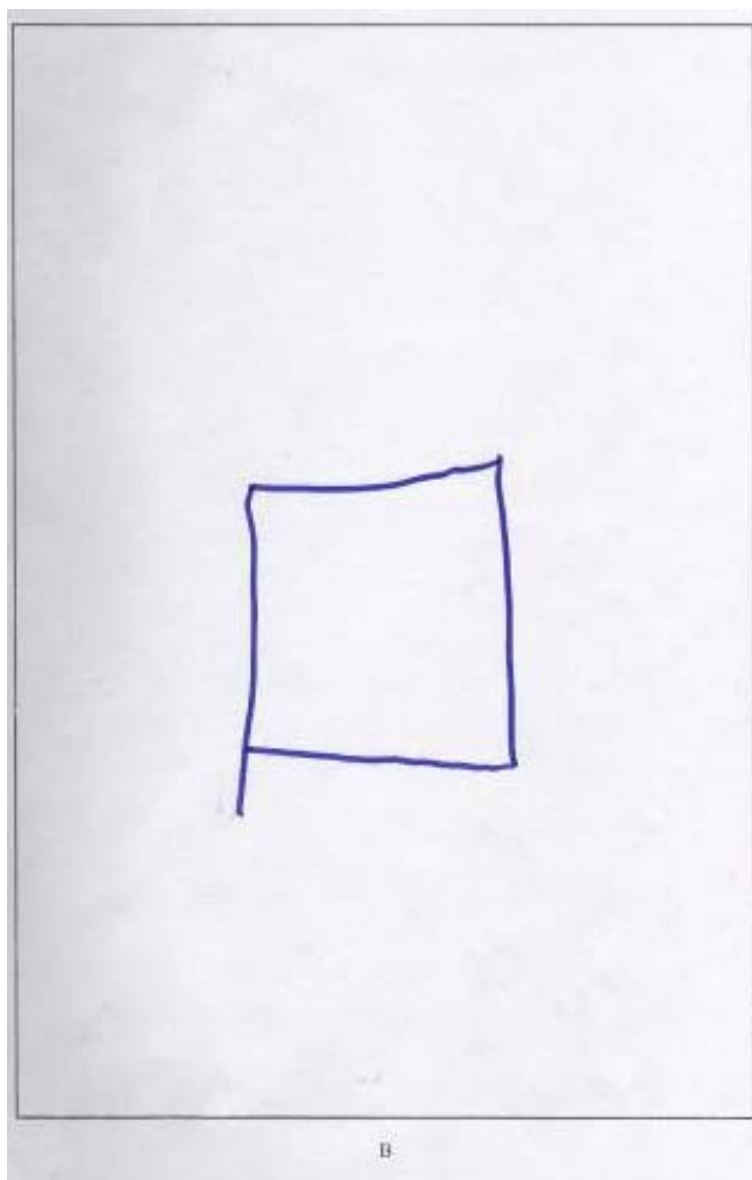


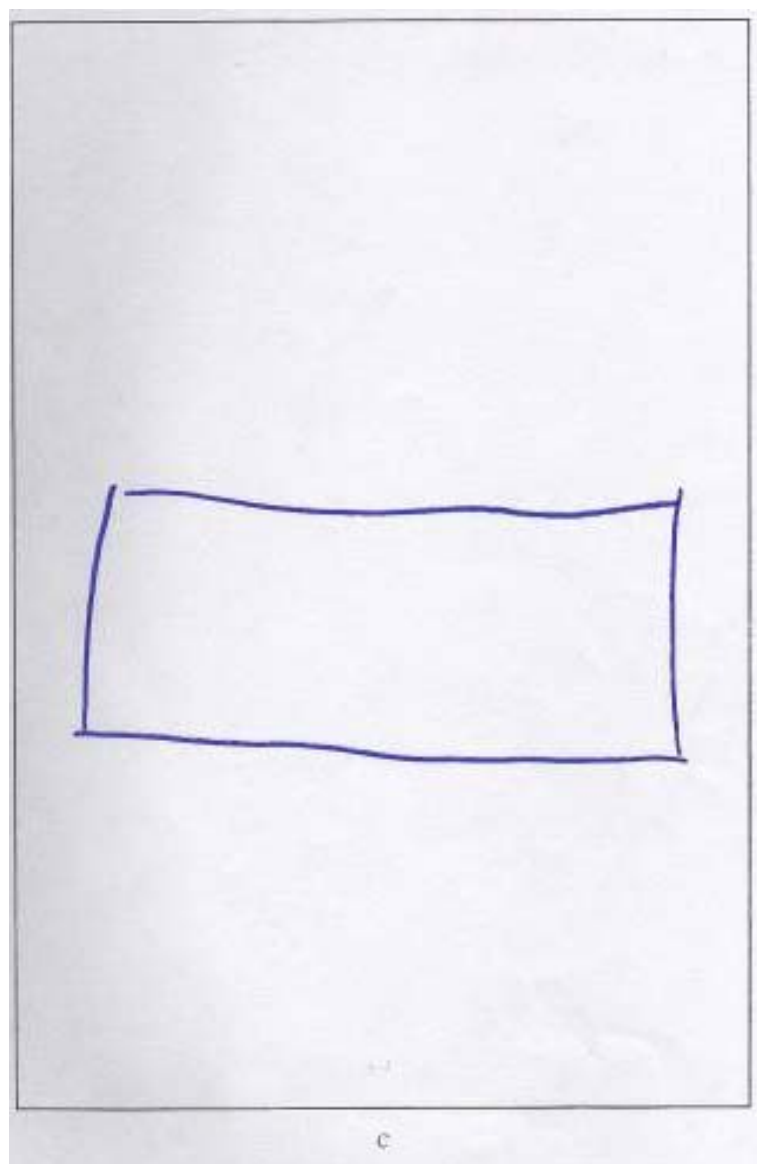
Básico:	S
	N



**APÊNDICE 6**  
**ATIVIDADES DA ESTUDANTE A**



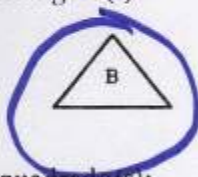




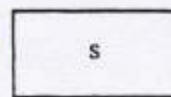
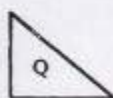
## TESTE DE VAN HIELE

Nome: ..... Turma: ..... Idade: .....

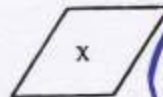
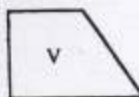
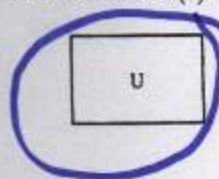
1- Assinale o(s) triângulo(s):



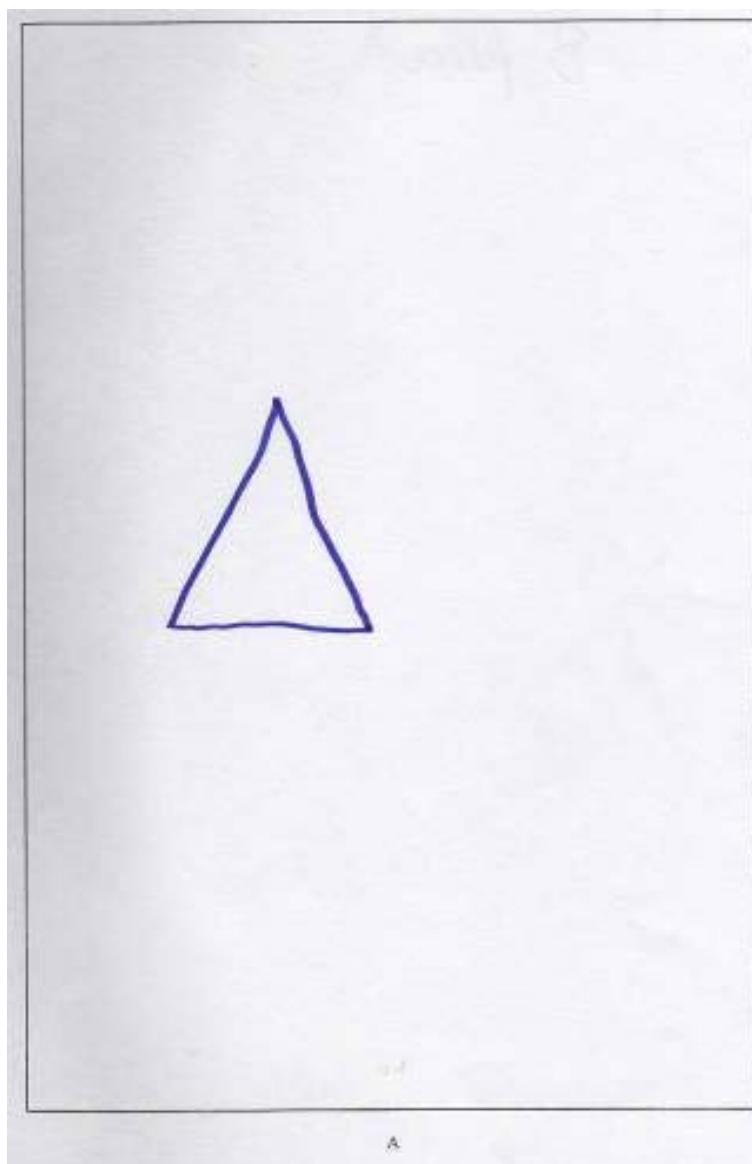
2- Assinale o(s) quadrado(s):



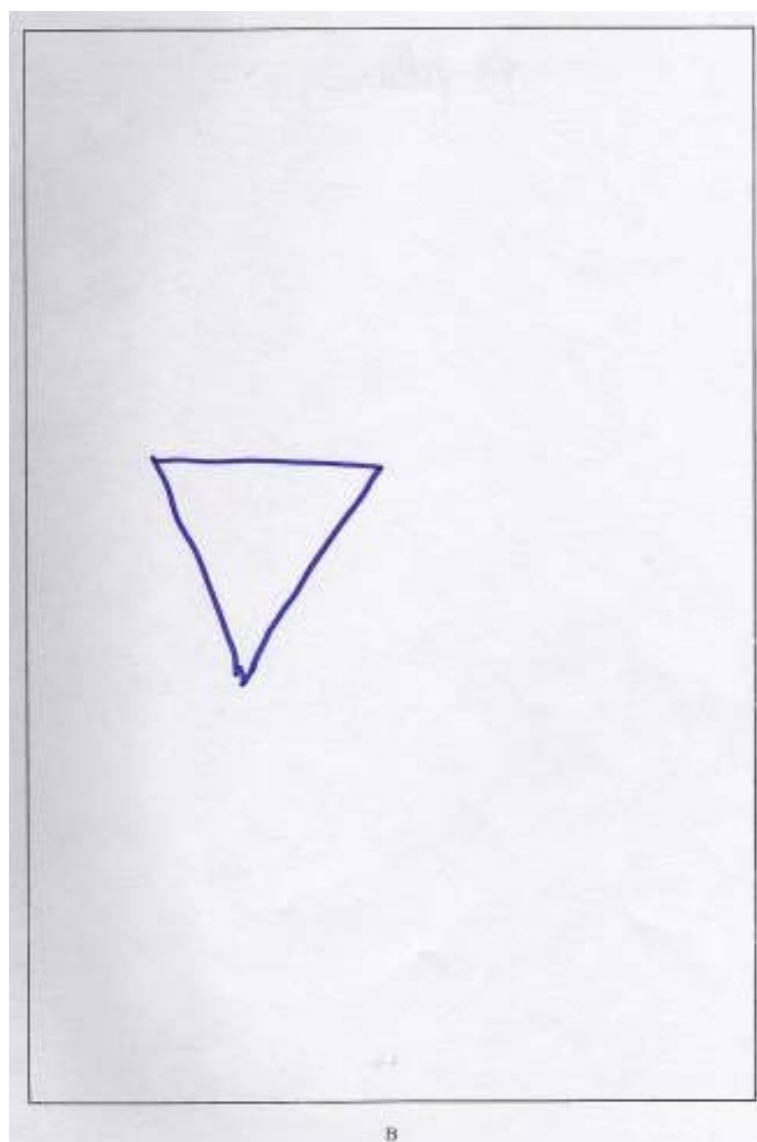
3- Assinale o(s) retângulo(s):

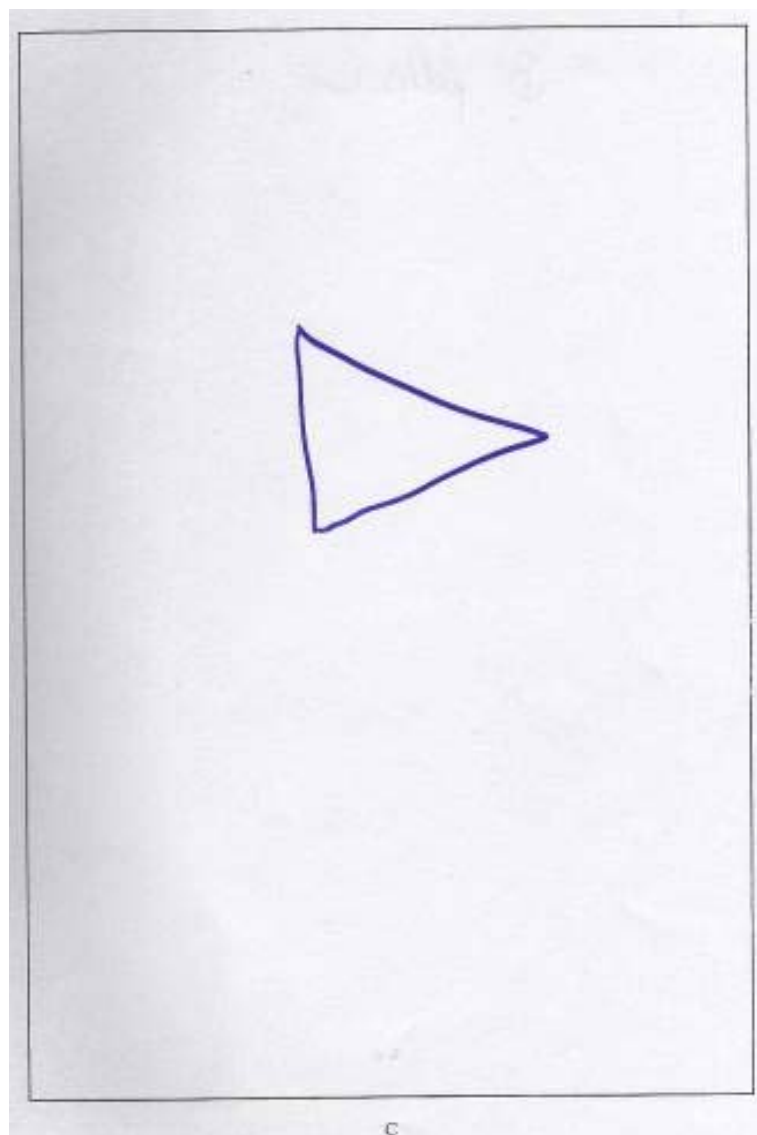


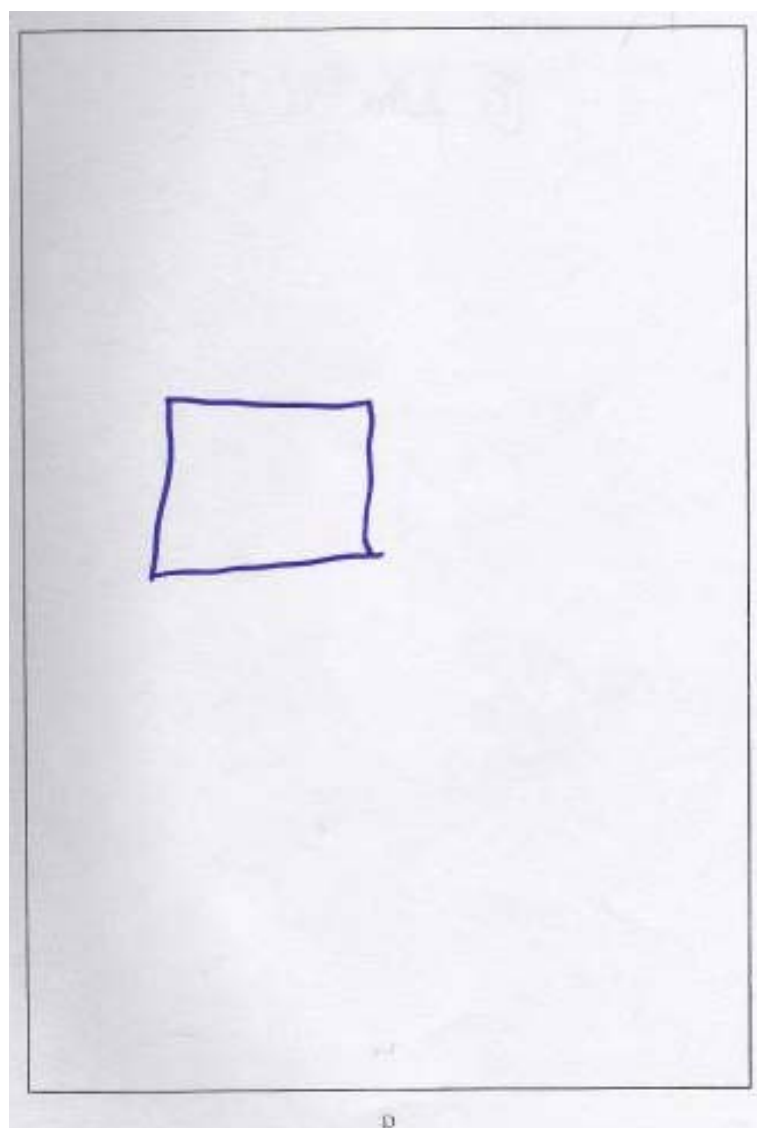
**APÊNDICE 7**  
**ATIVIDADES DA ESTUDANTE B**

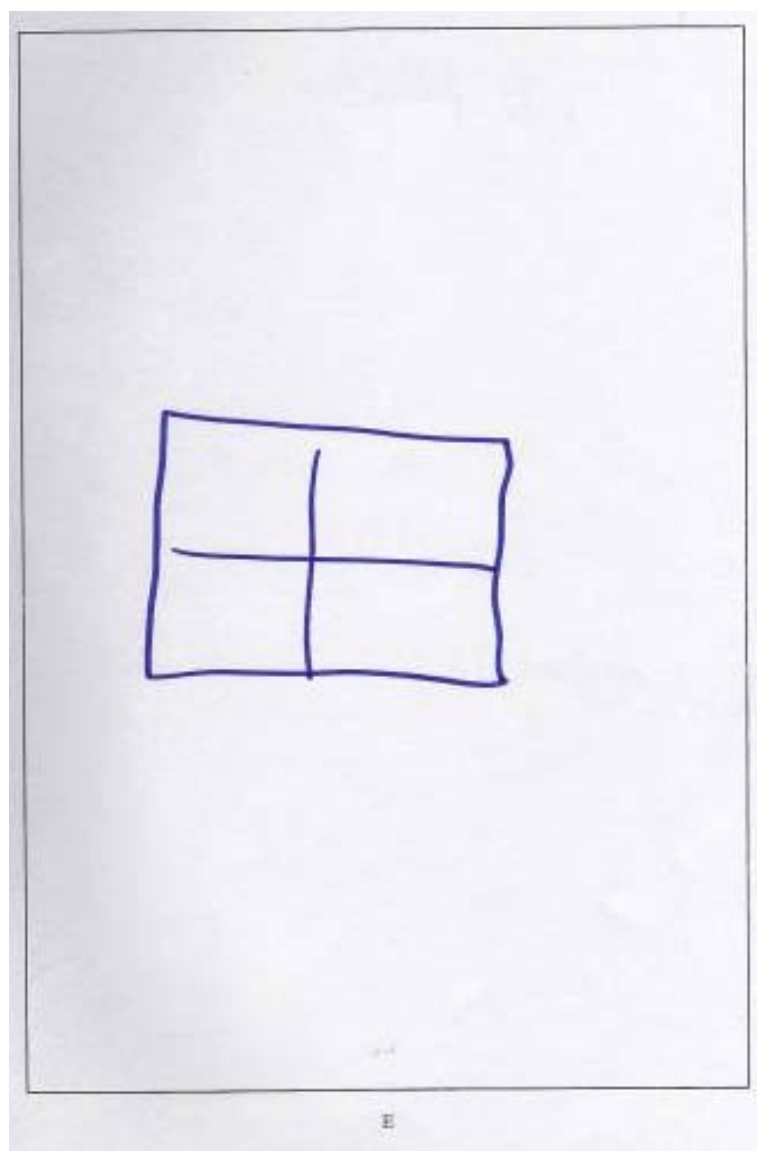


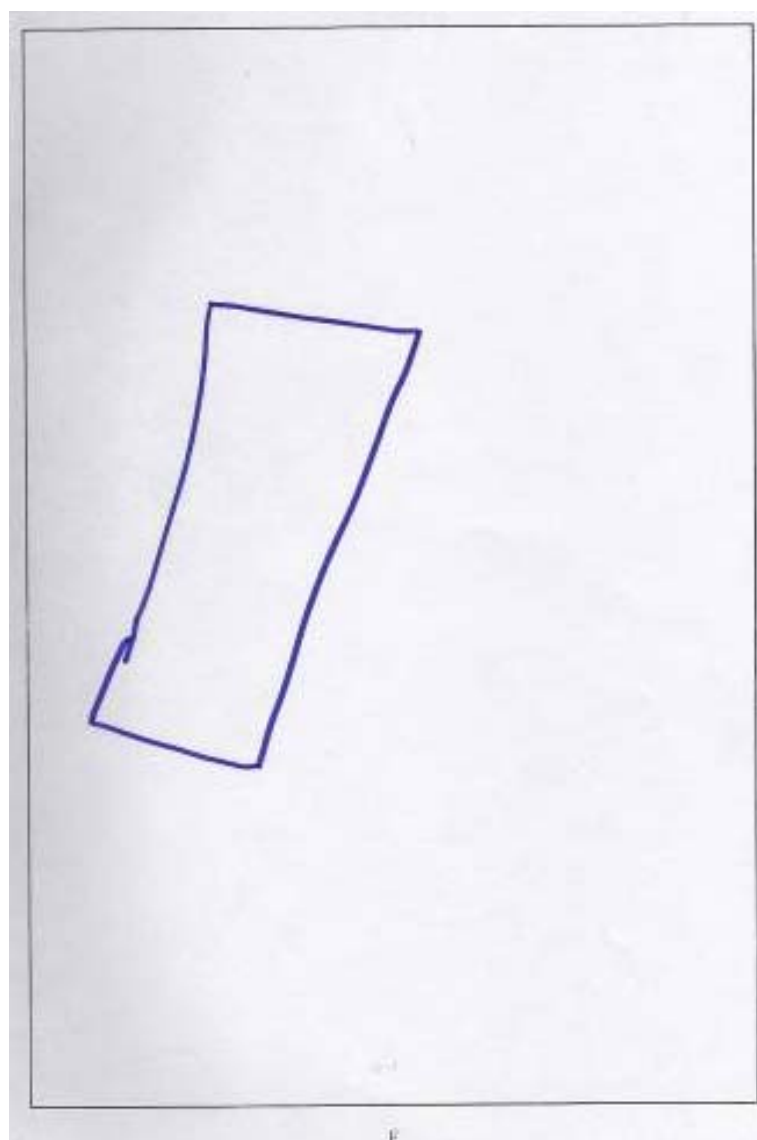


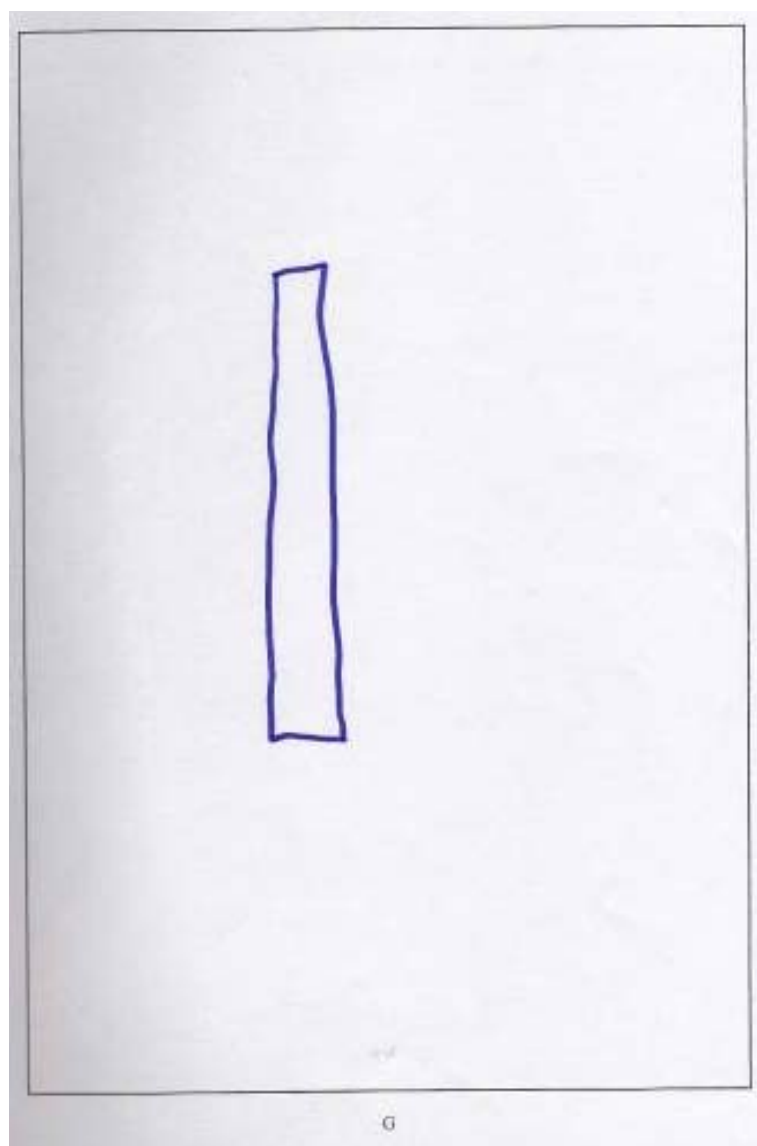


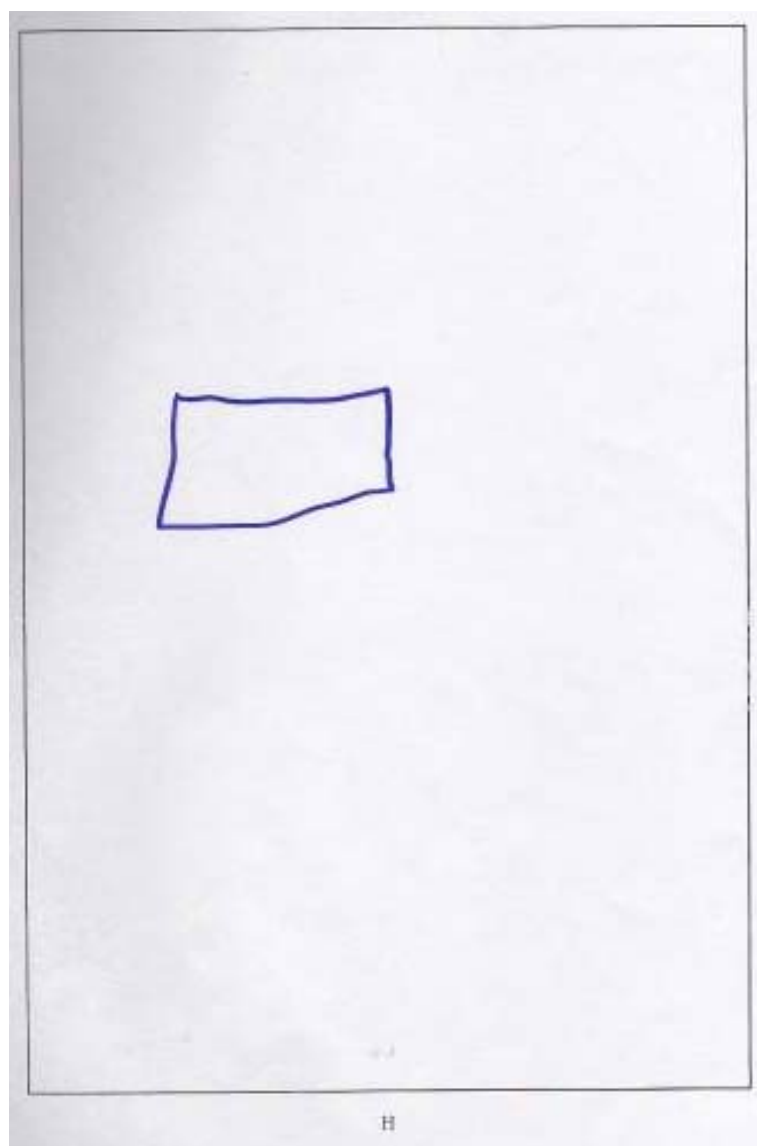












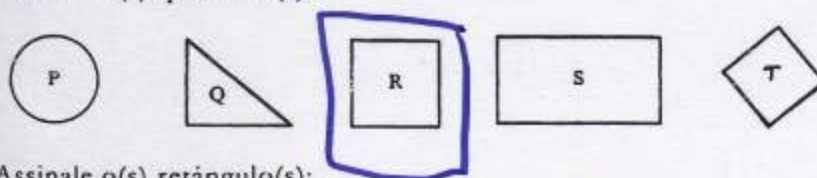
## TESTE DE VAN HIELE

Nome: ..... Turma: ..... Idade: .....

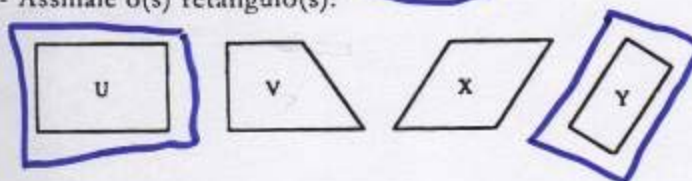
1- Assinale o(s) triângulo(s):



2- Assinale o(s) quadrado(s):

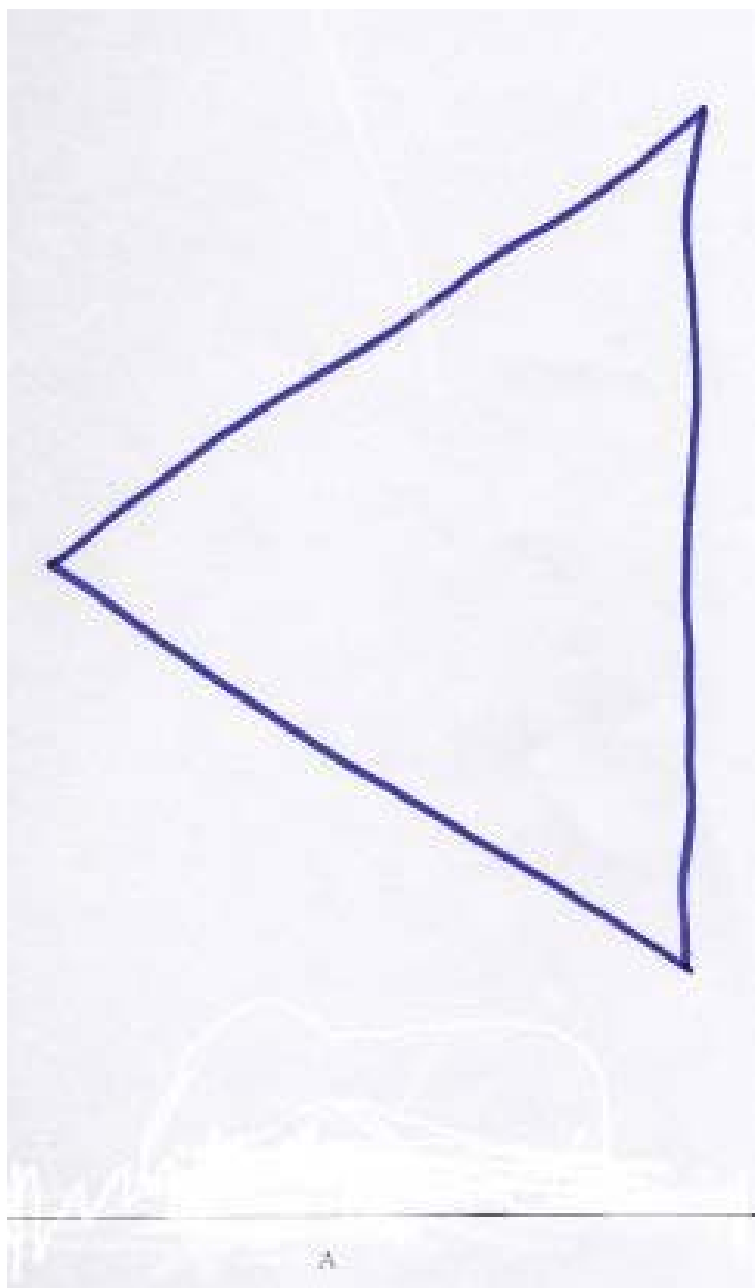


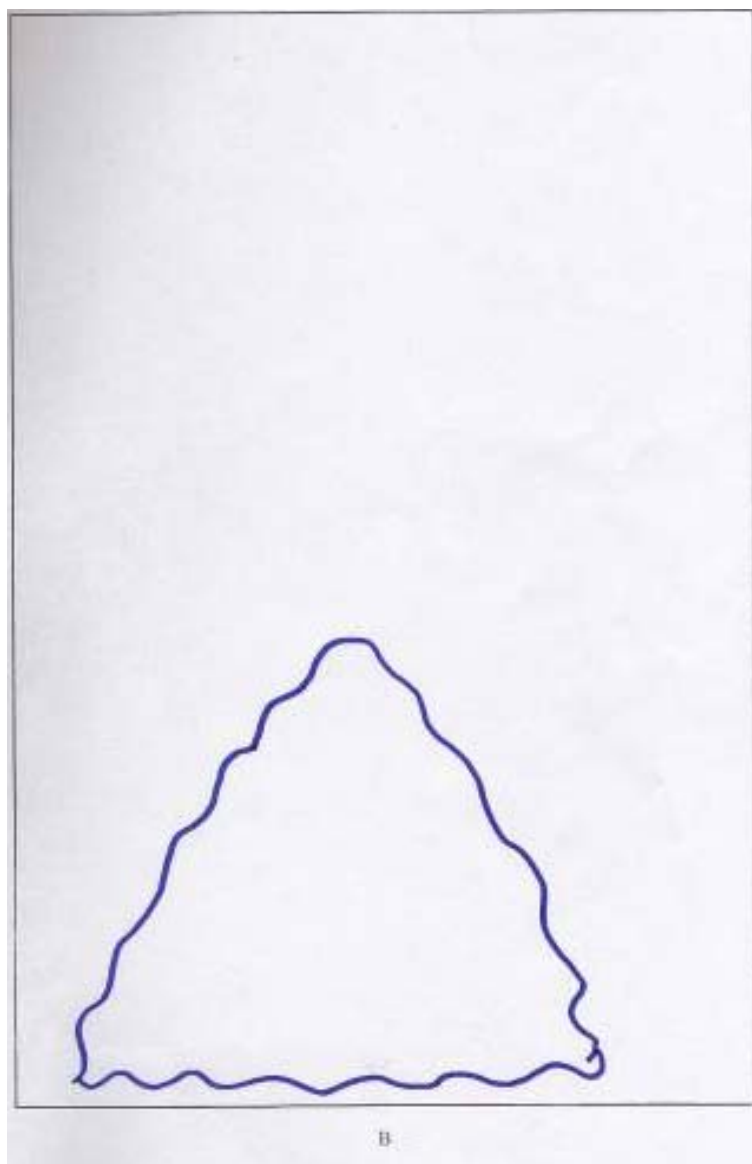
3- Assinale o(s) retângulo(s):

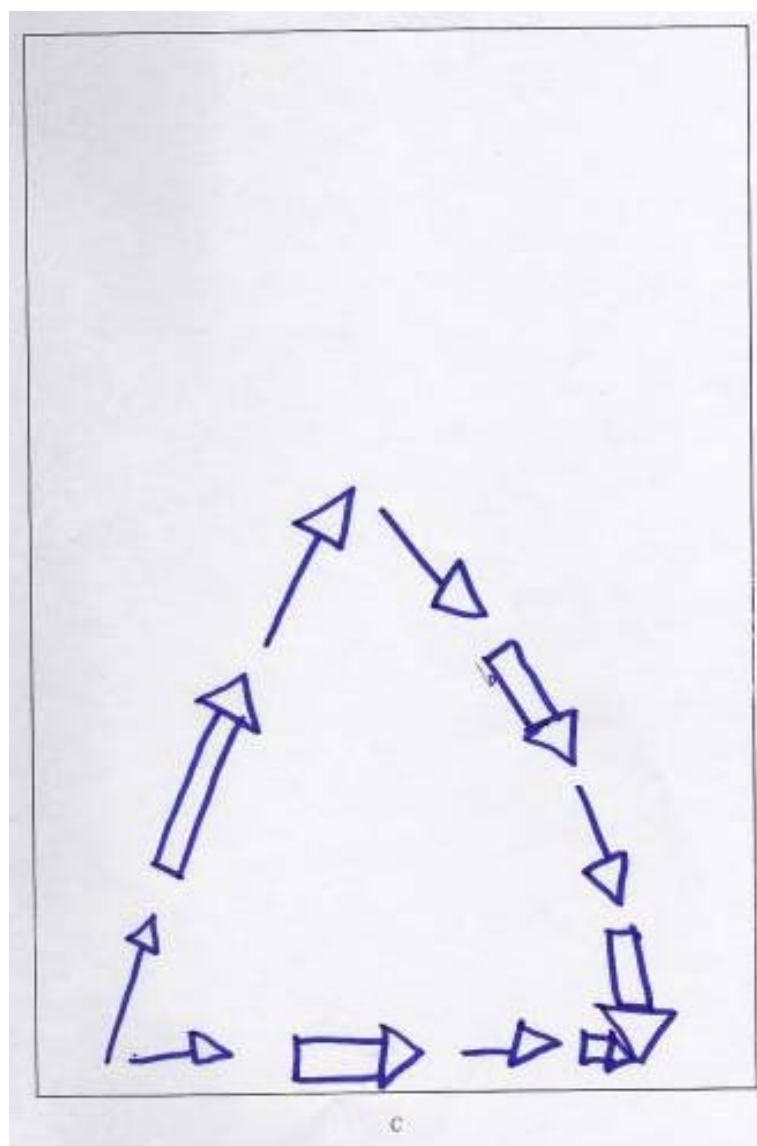


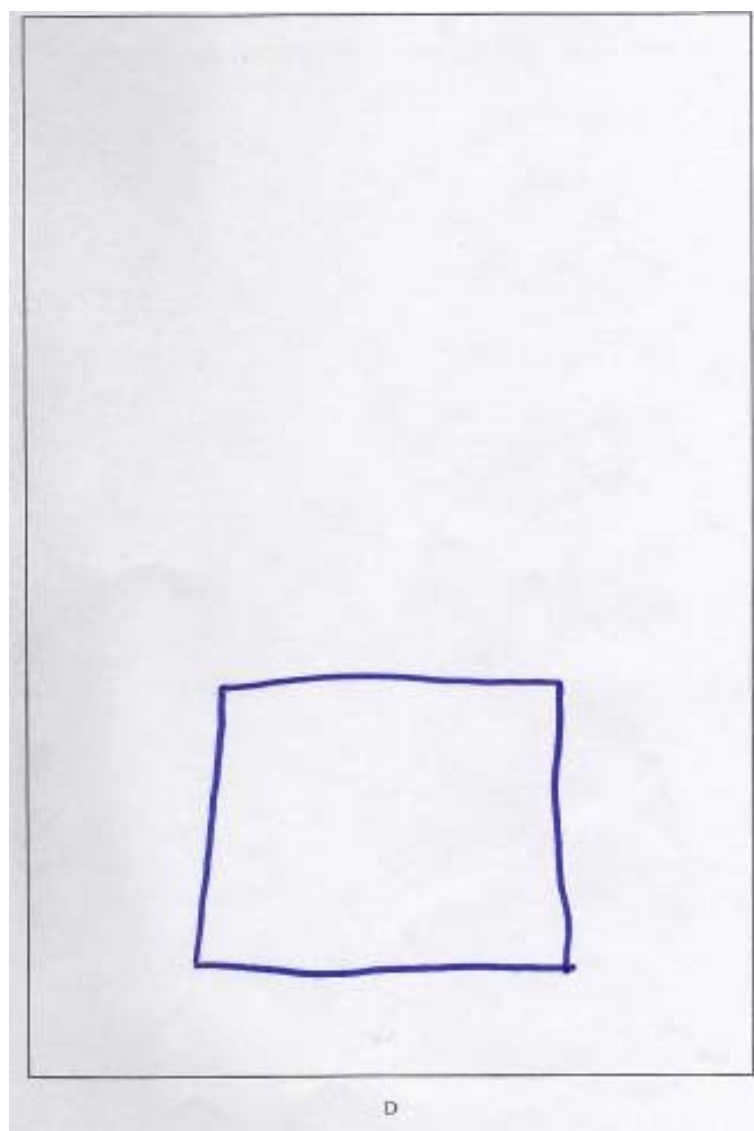


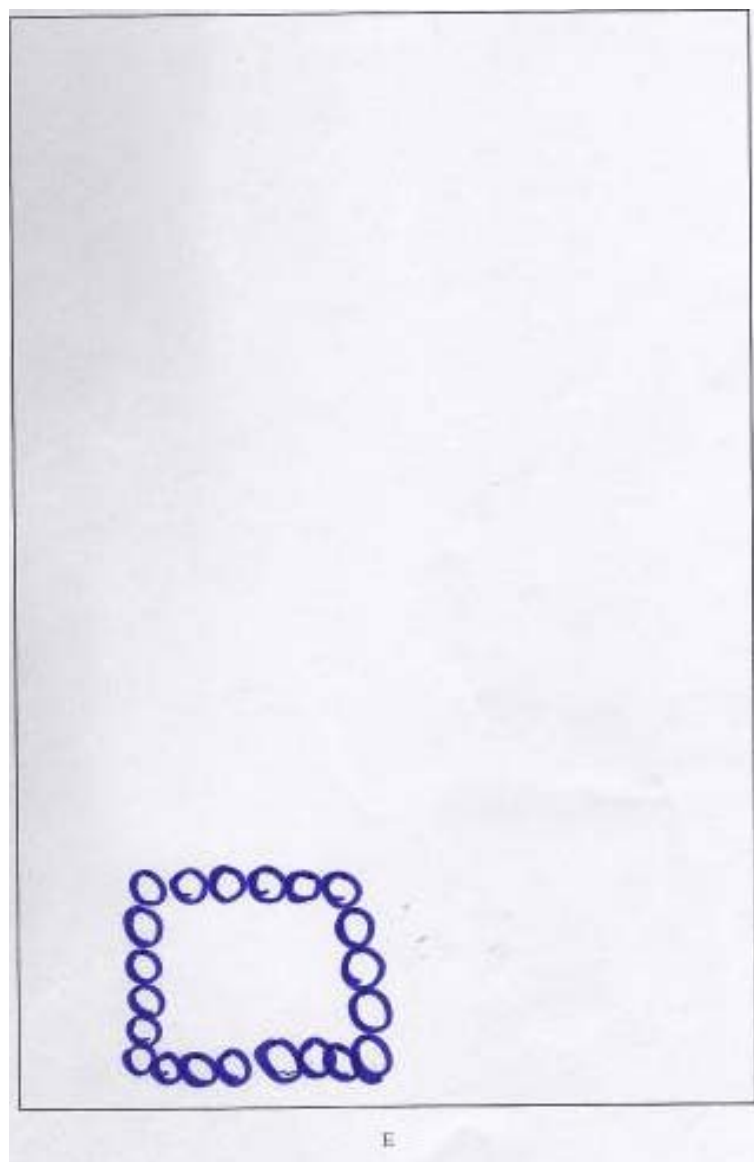
**APÊNDICE 8**  
**ATIVIDADES DA ESTUDANTE C**

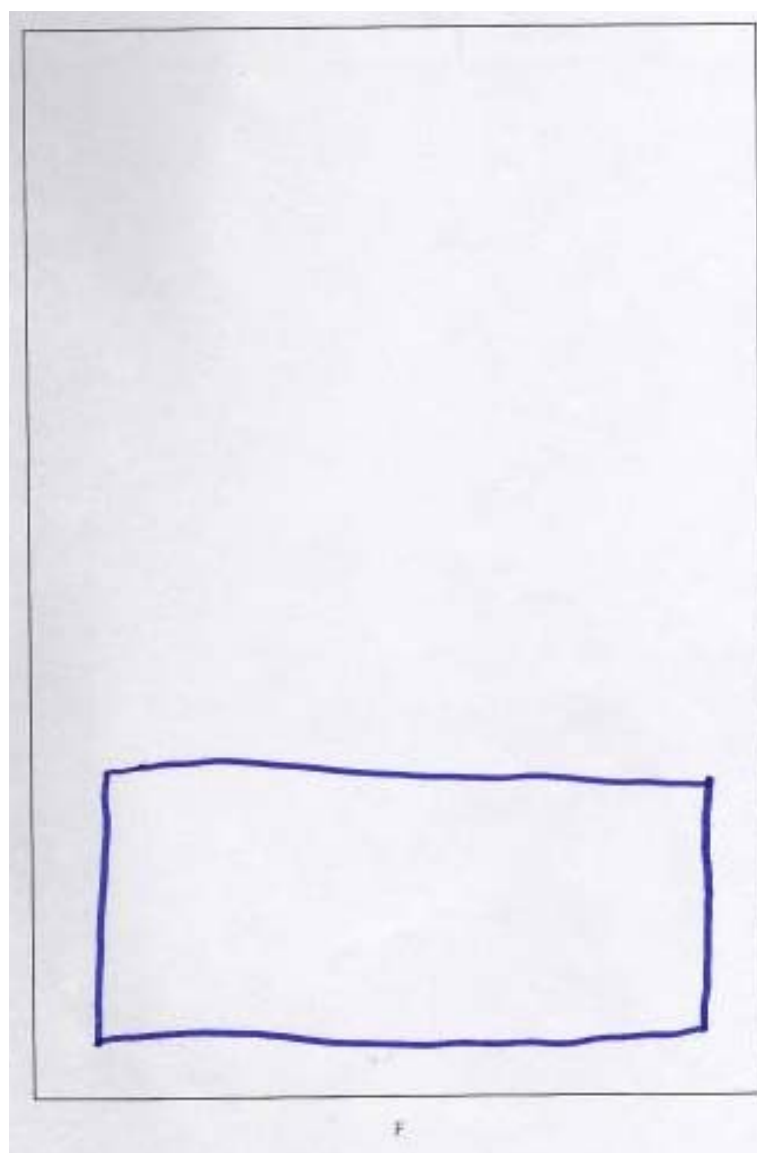




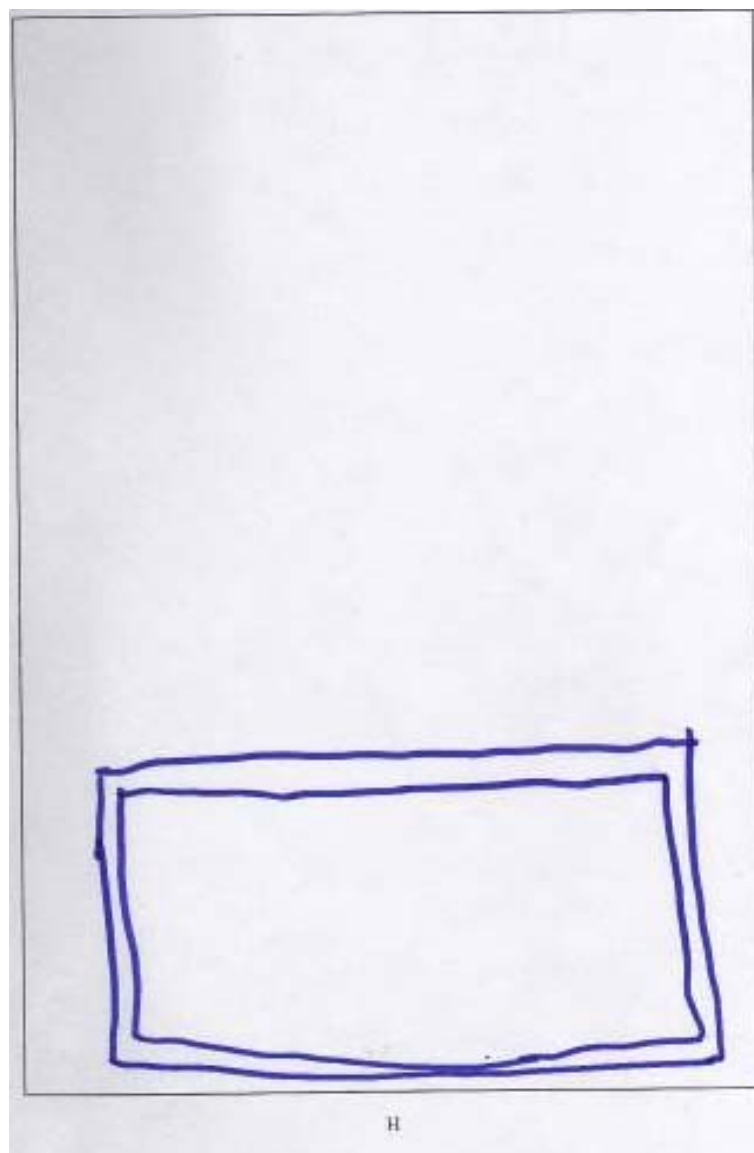














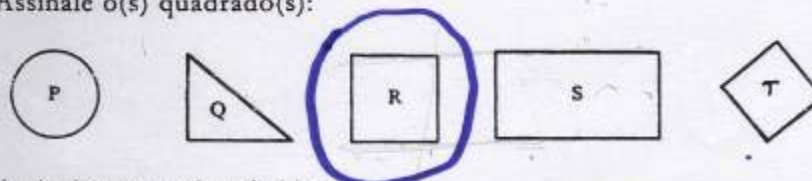
## TESTE DE VAN HIELE

Nome: ..... Turma: ..... Idade: .....

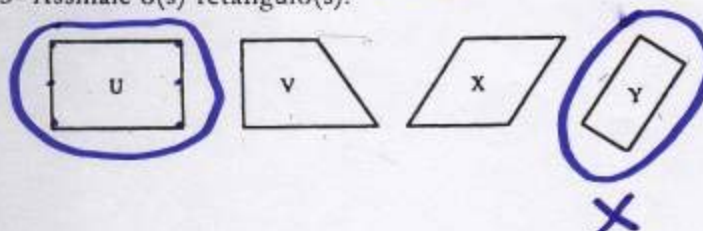
1- Assinale o(s) triângulo(s):

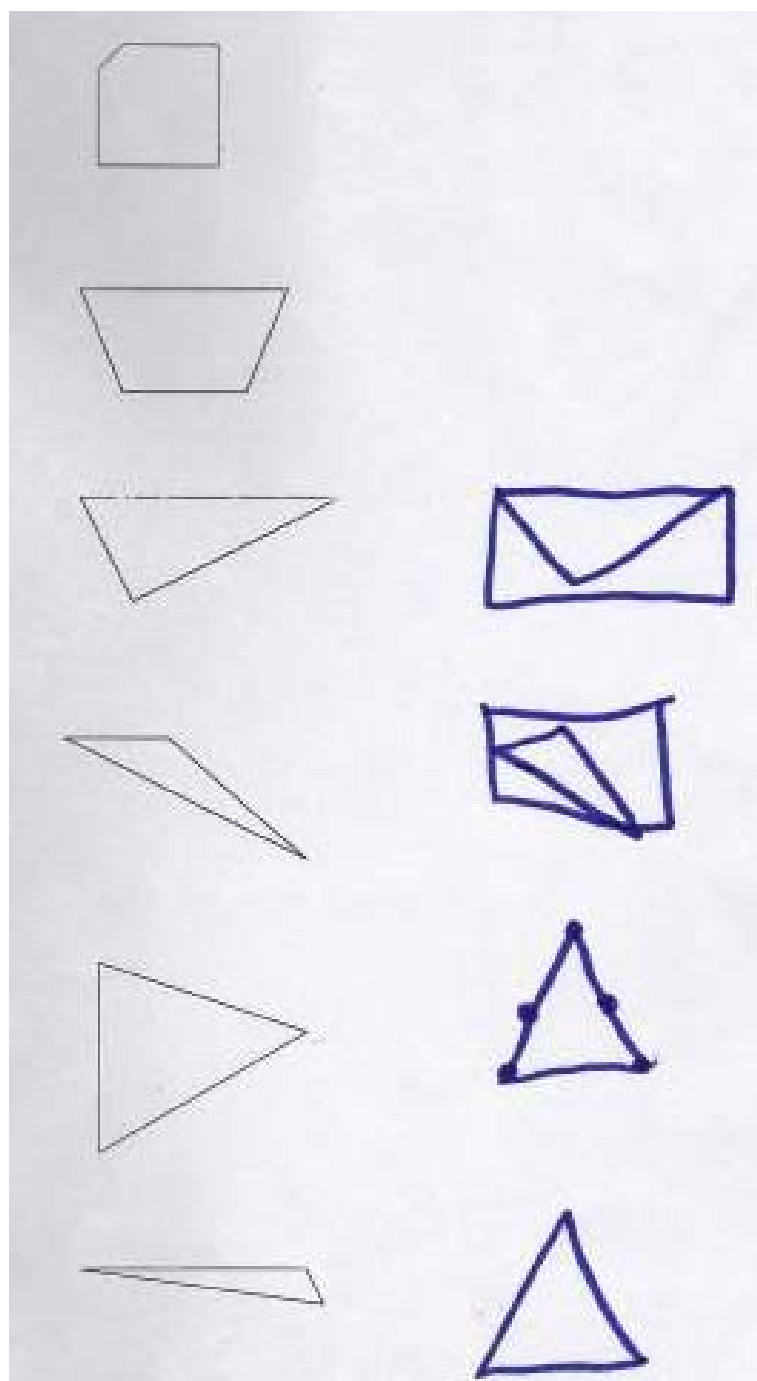


2- Assinale o(s) quadrado(s):

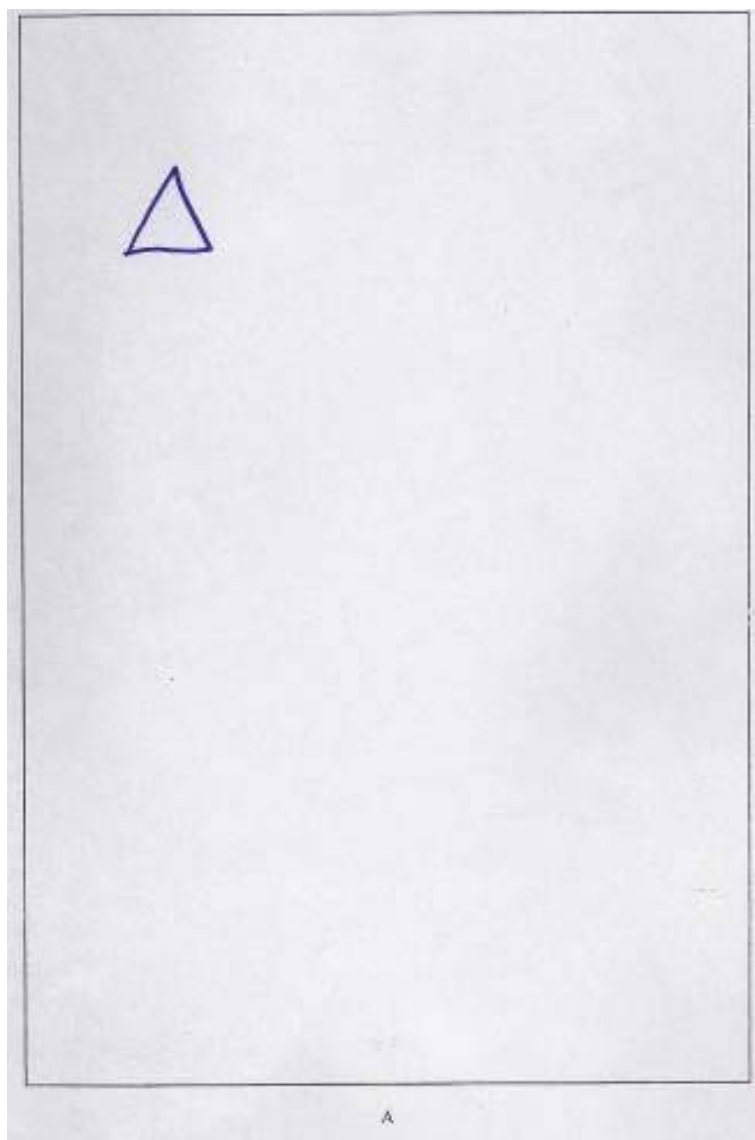


3- Assinale o(s) retângulo(s):

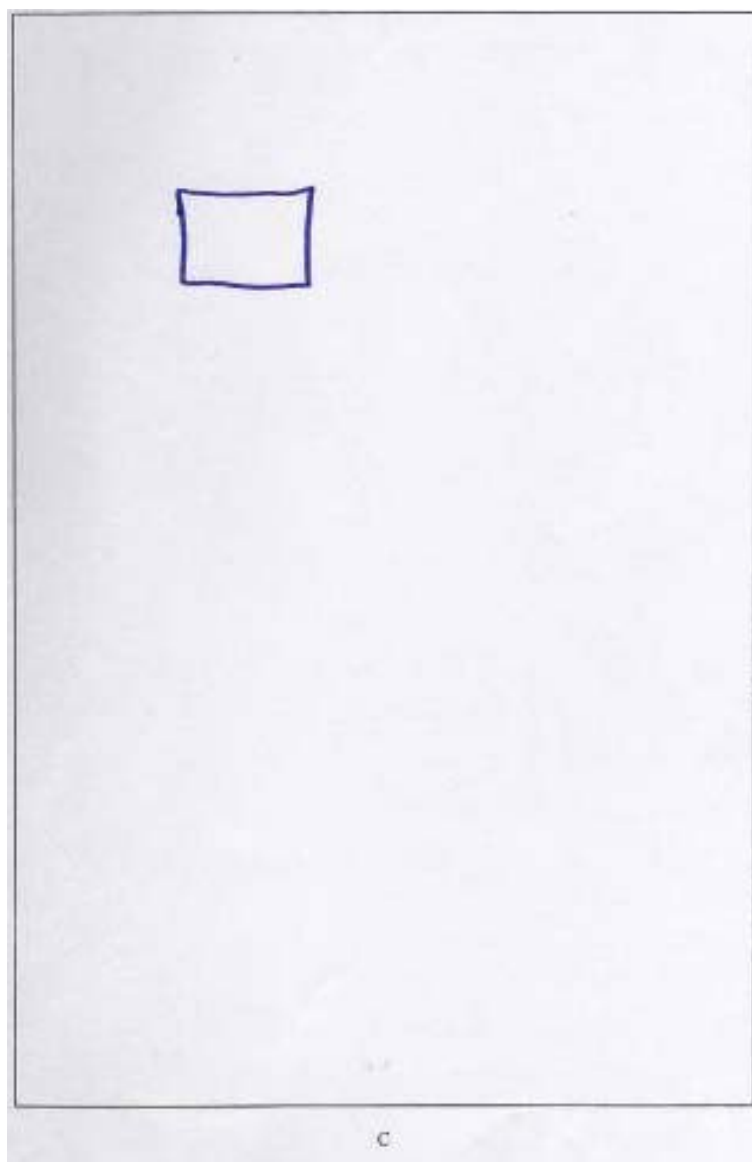




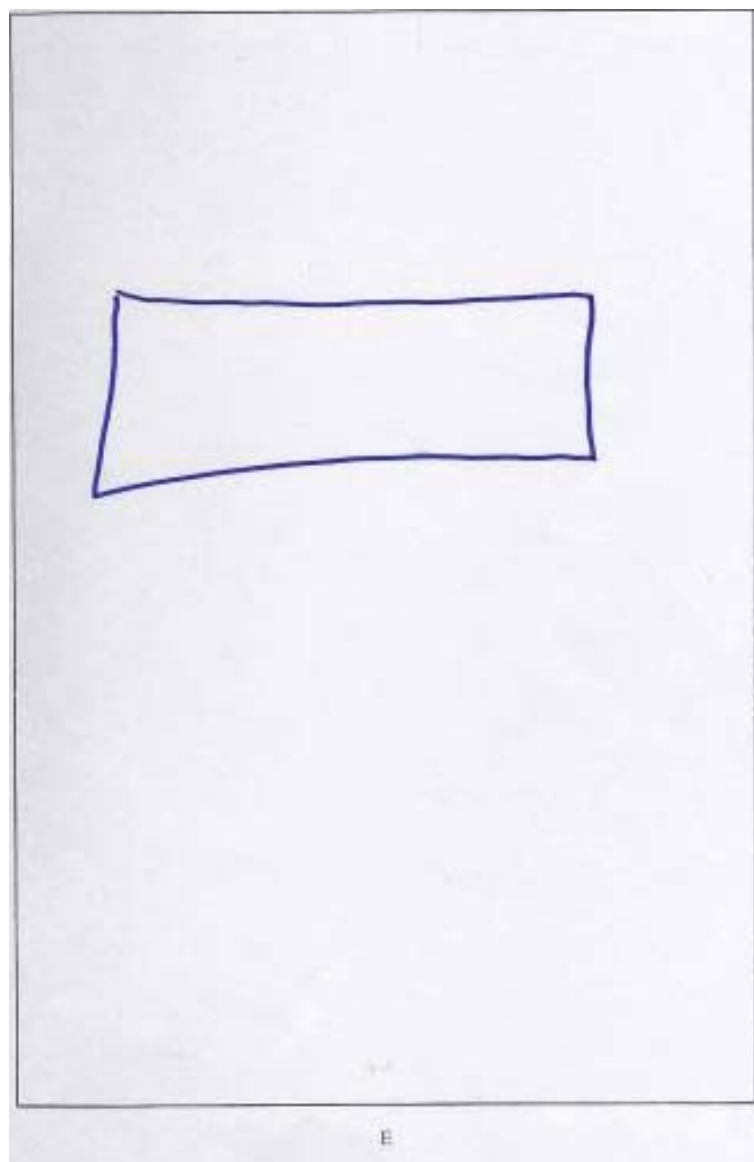
**APÊNDICE 9**  
**ATIVIDADES DA ESTUDANTE D**

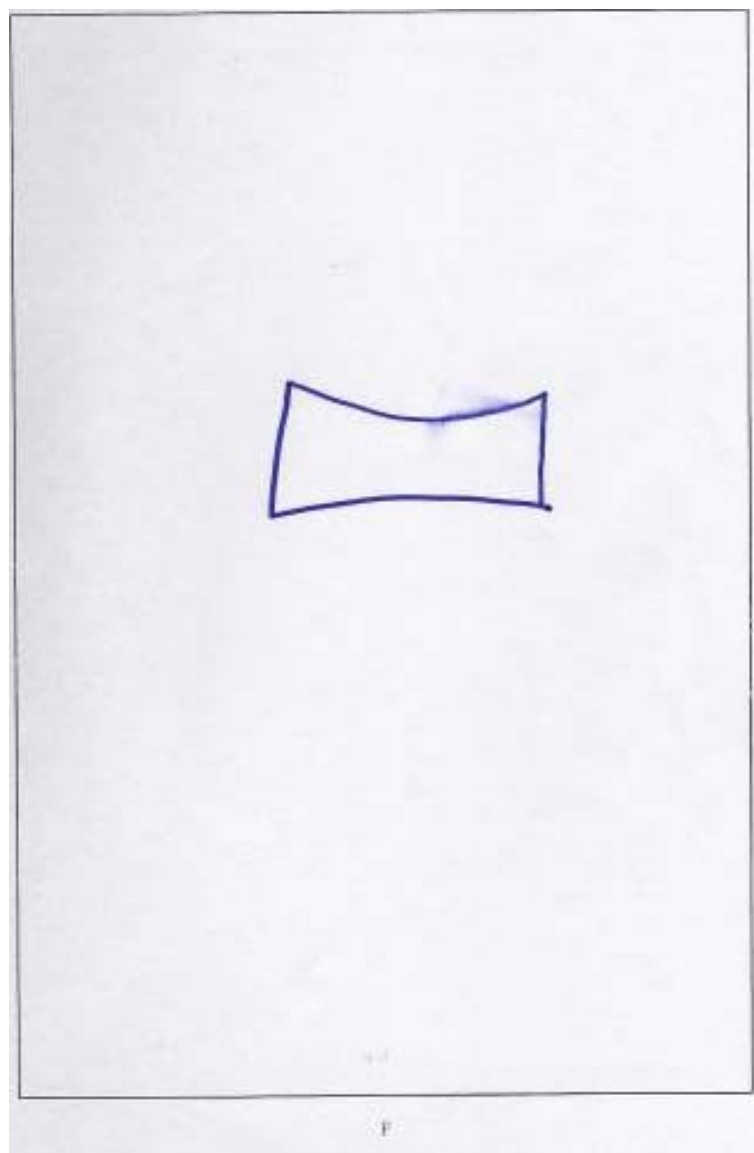




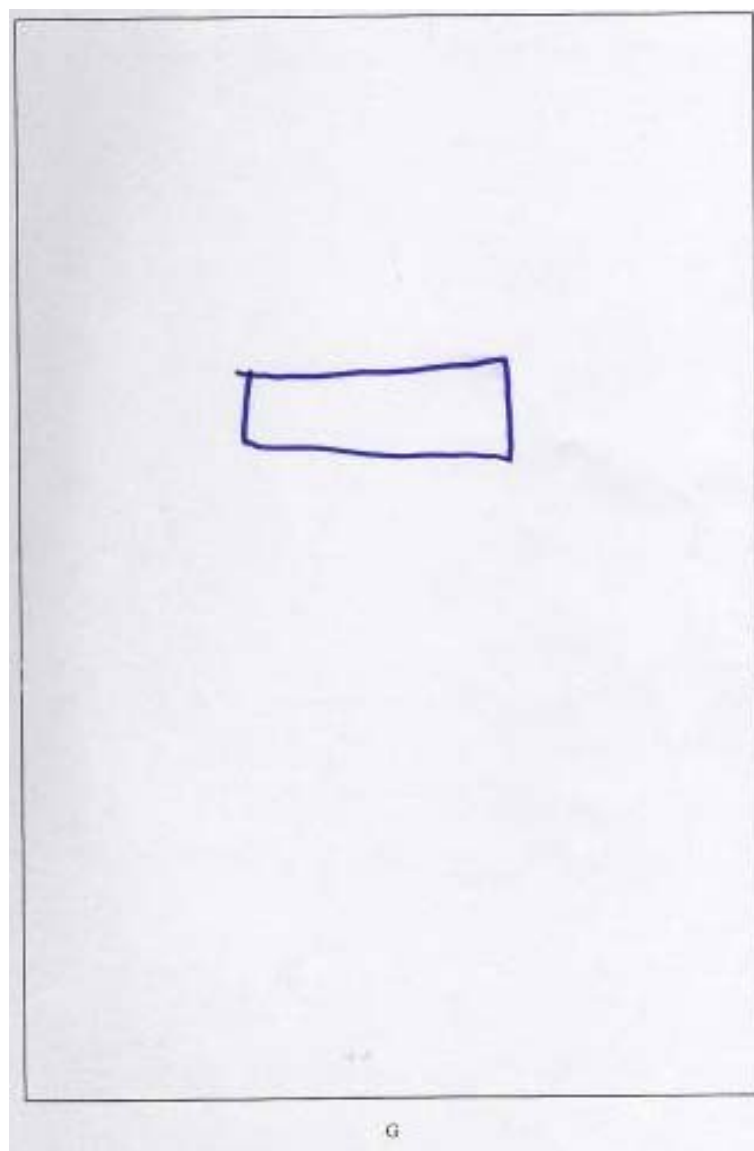








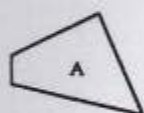




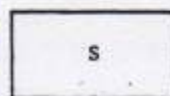
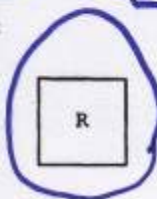
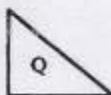
## TESTE DE VAN HIELE

Nome: ..... Turma: ..... Idade: .....

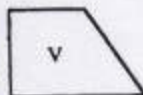
1- Assinale o(s) triângulo(s):



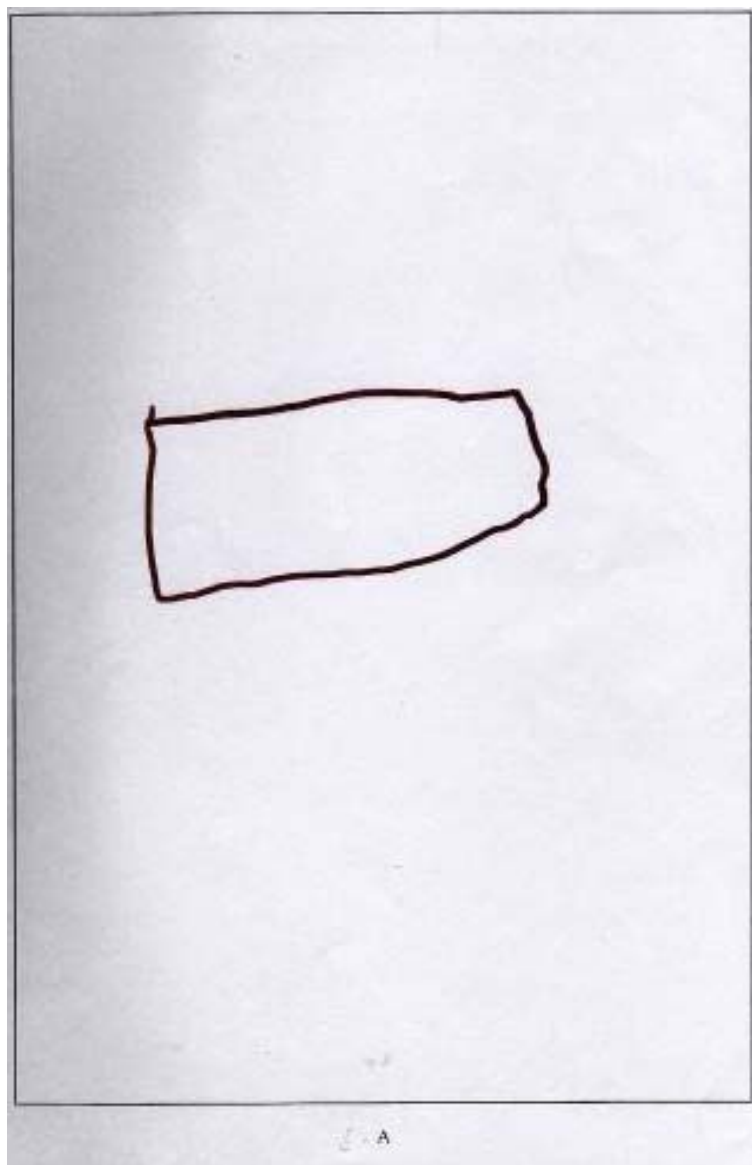
2- Assinale o(s) quadrado(s):

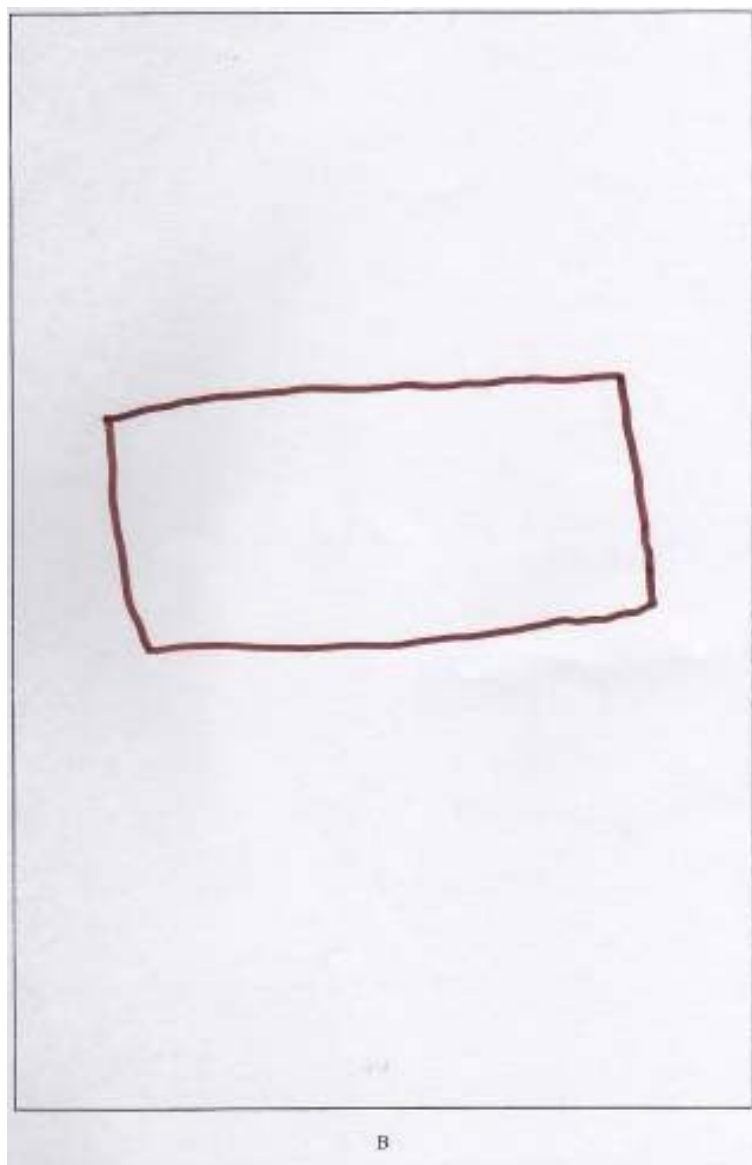


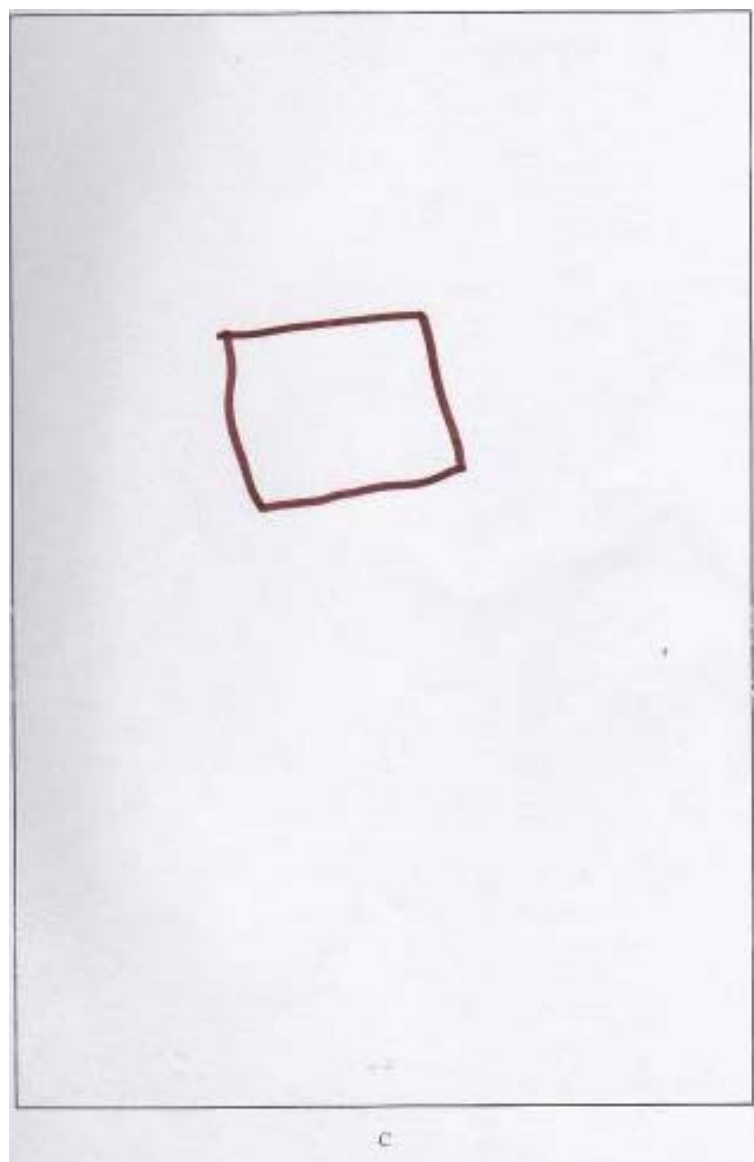
3- Assinale o(s) retângulo(s):

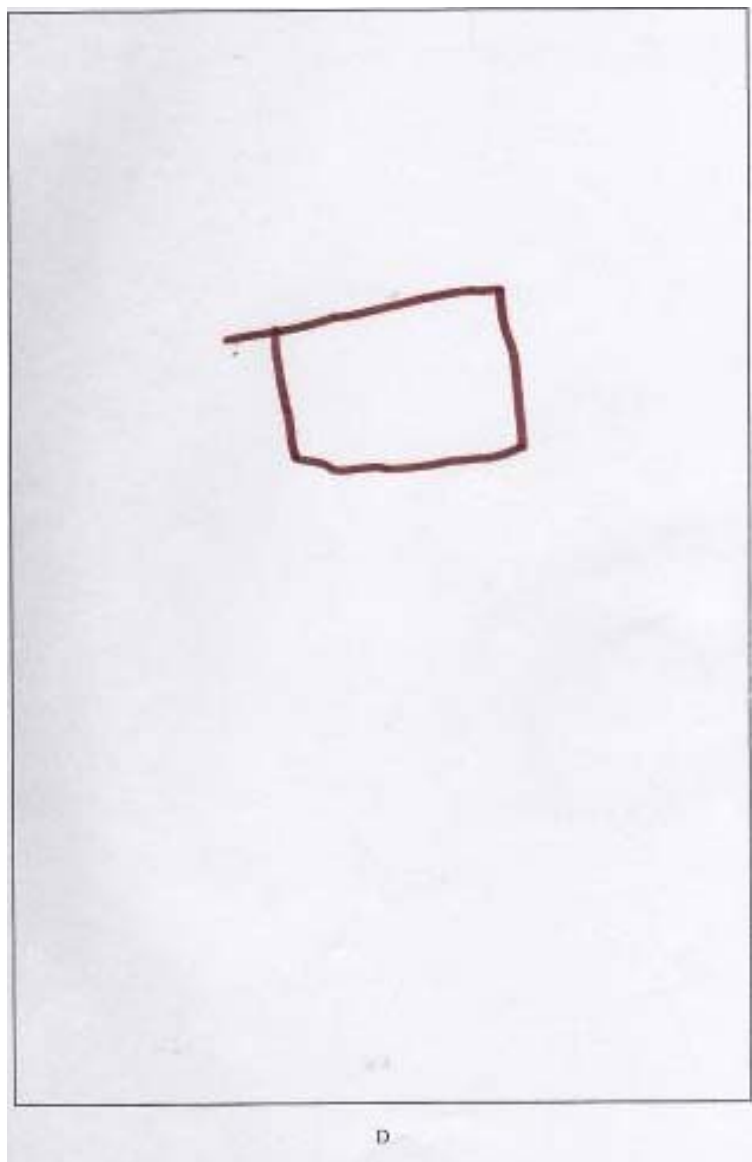


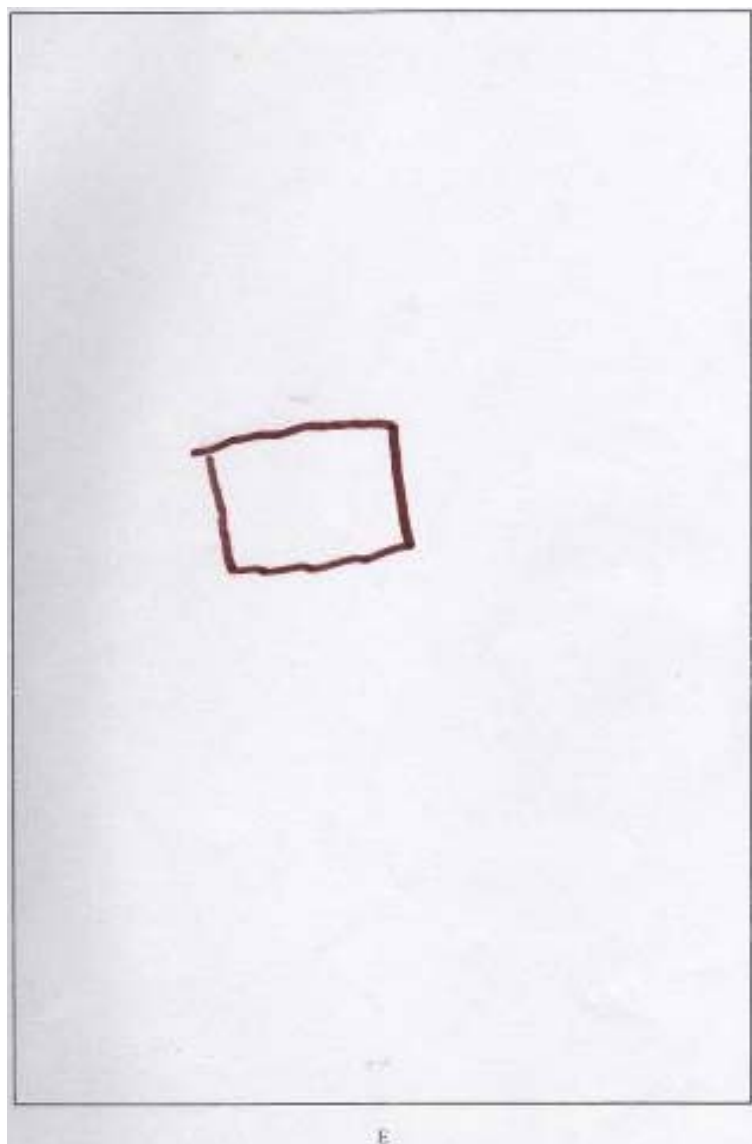
**APÊNDICE 10**  
**ATIVIDADES DA ESTUDANTE E**



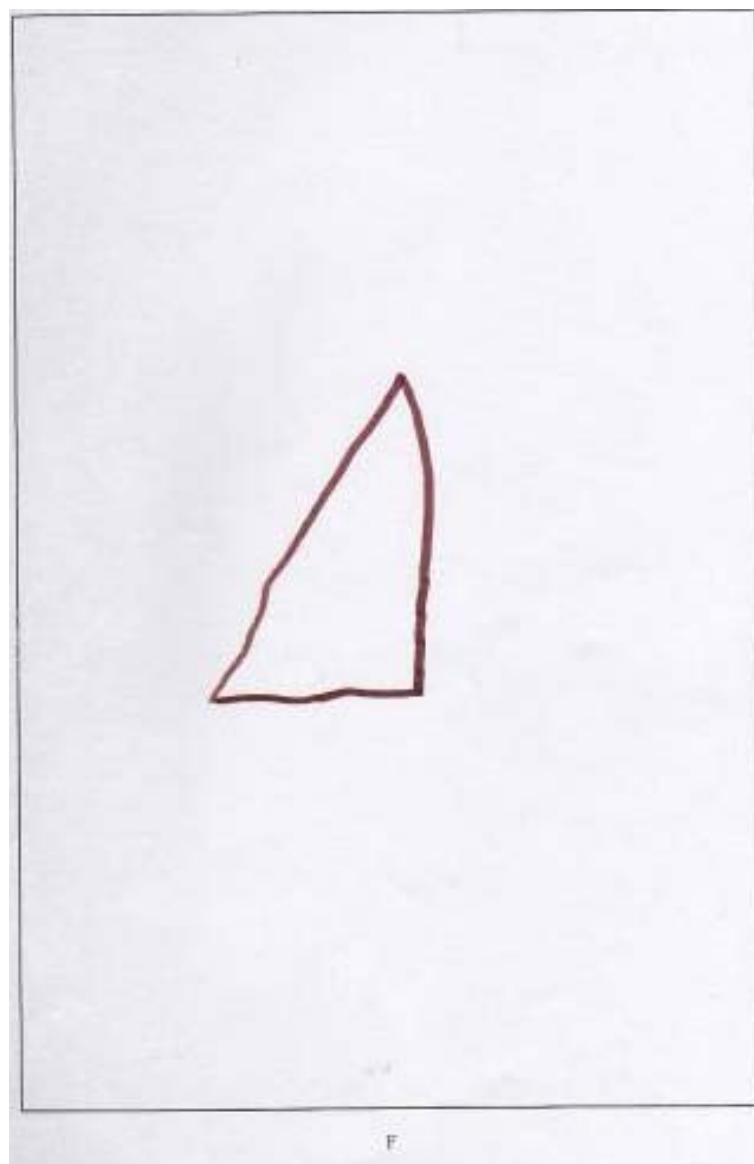




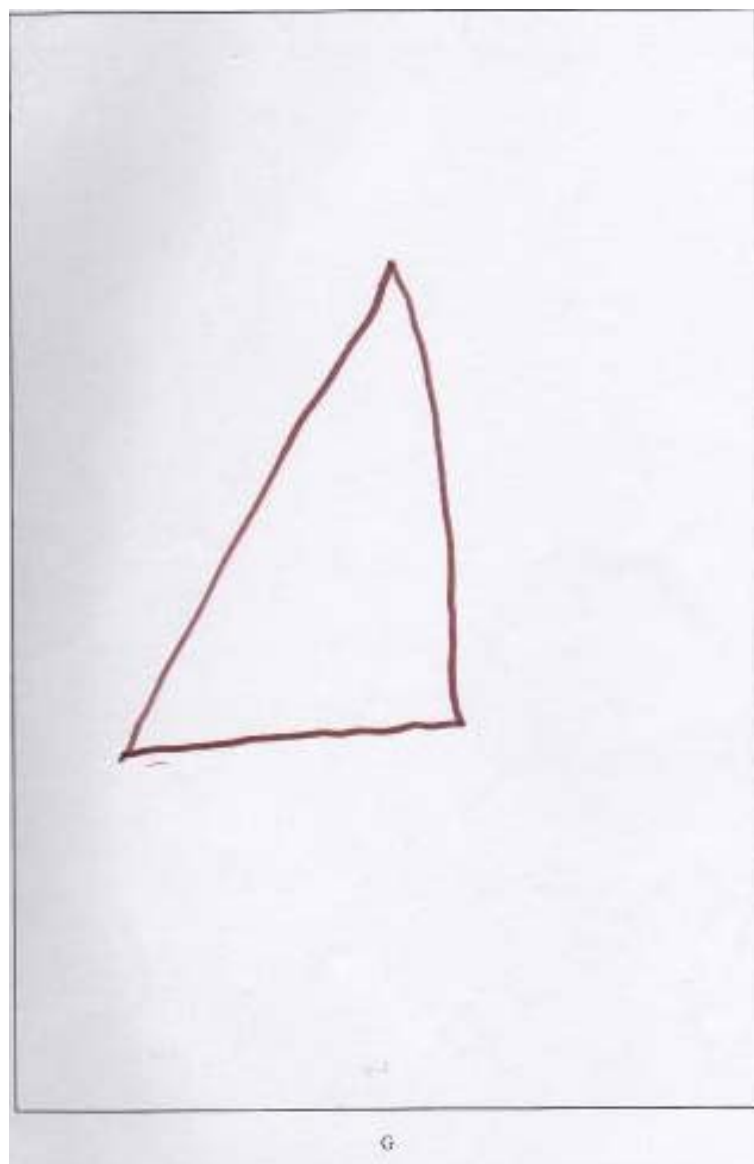


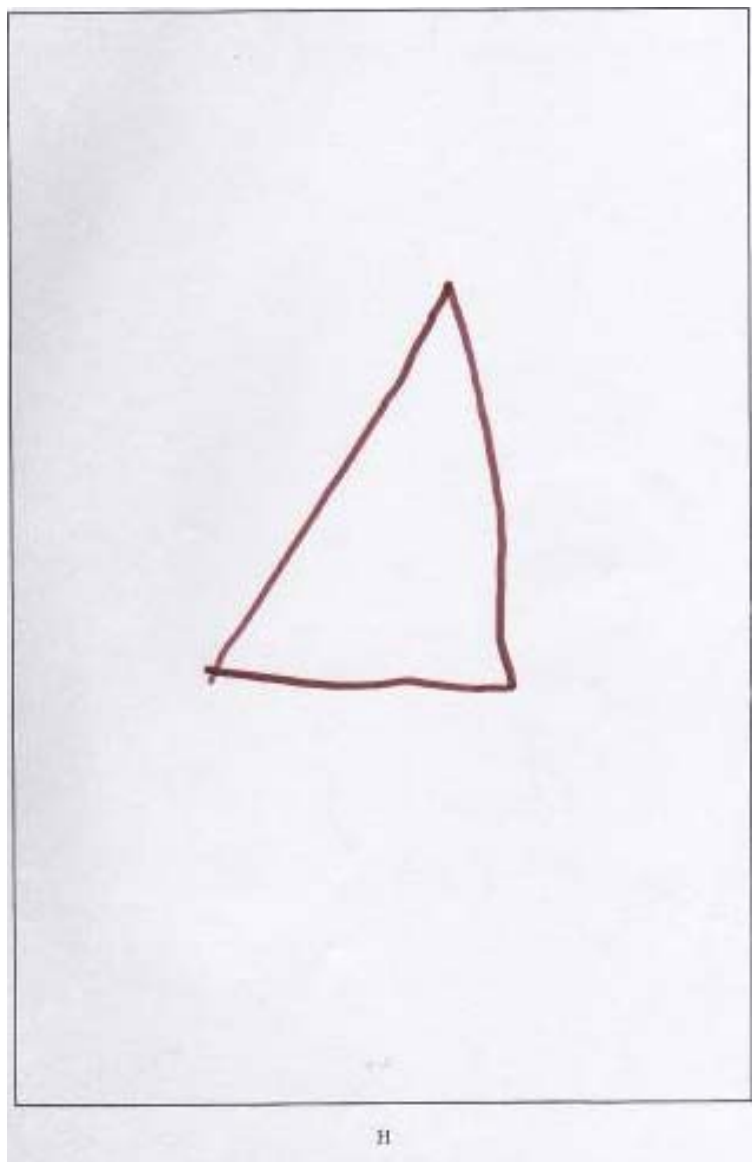


E









H

## TESTE DE VAN HIELE

Nome: ..... Turma: ..... Idade: .....

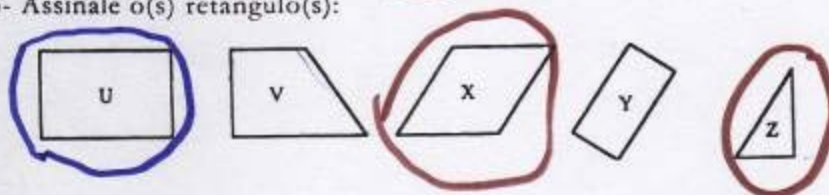
1- Assinale o(s) triângulo(s):

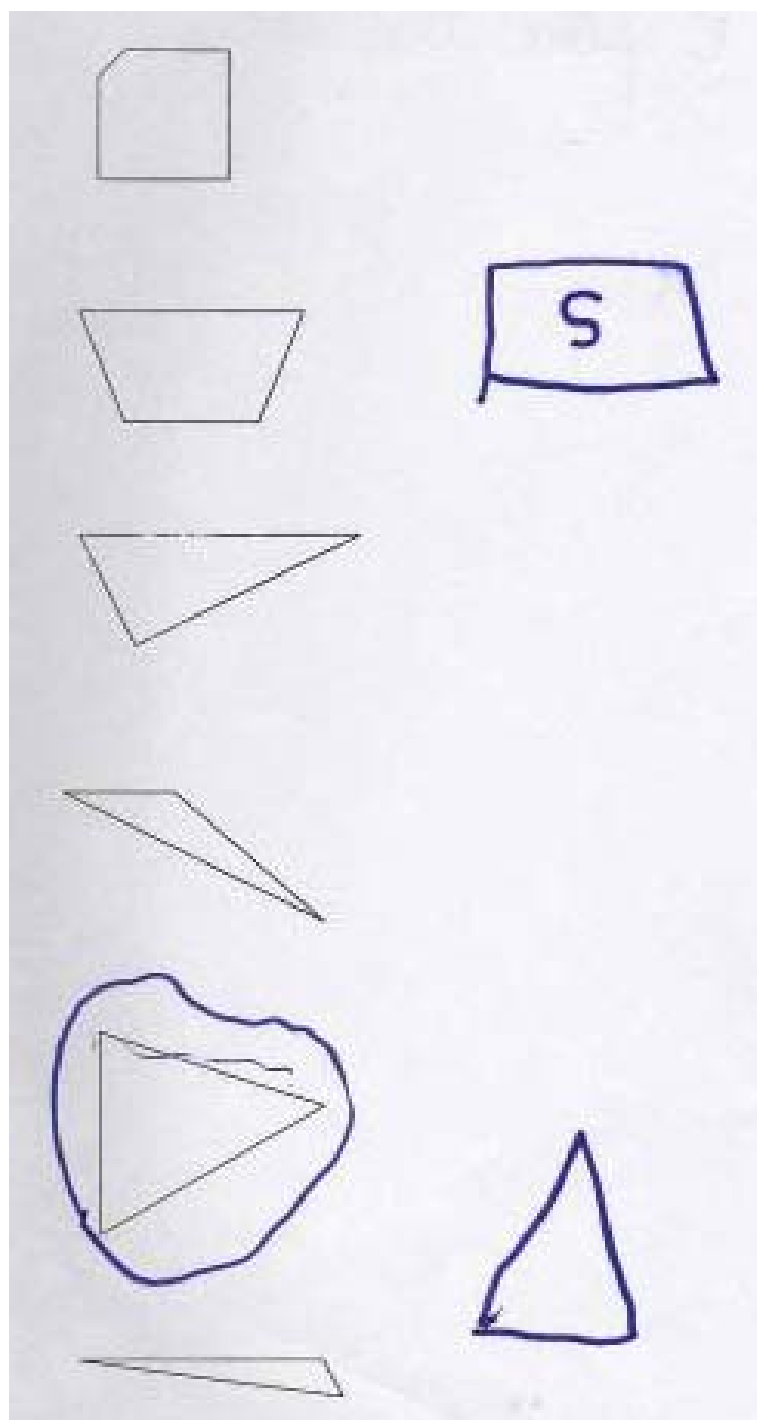


2- Assinale o(s) quadrado(s):



3- Assinale o(s) retângulo(s):

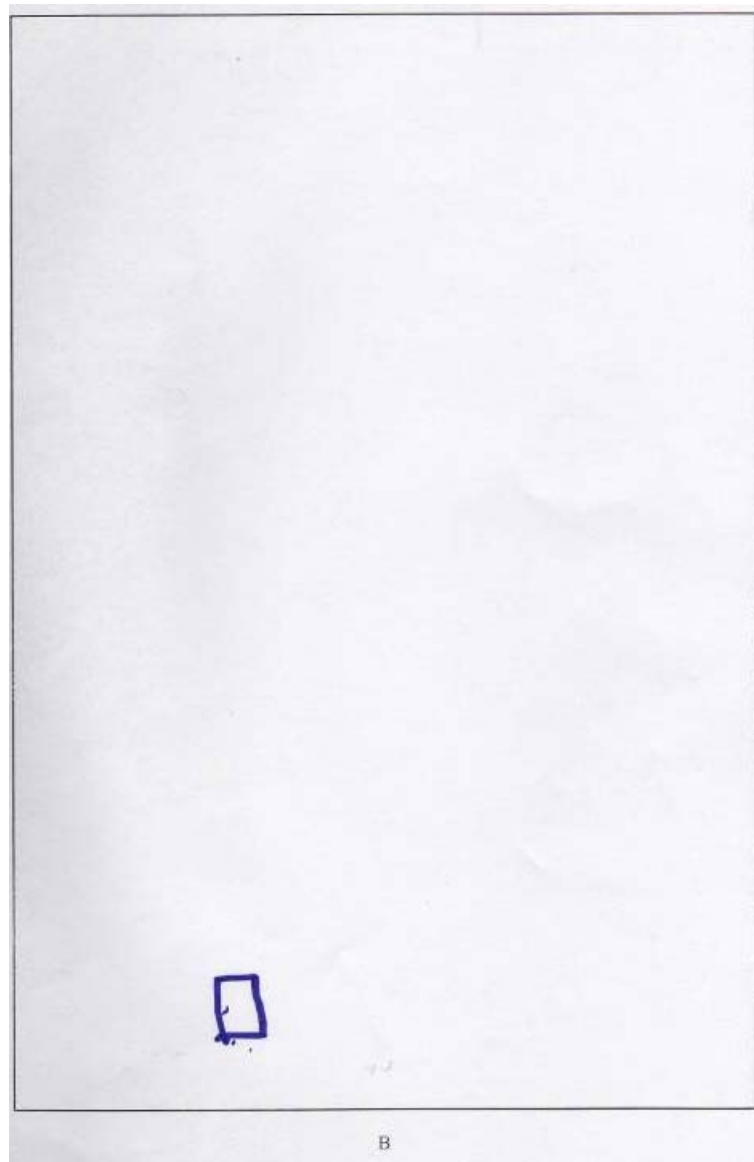




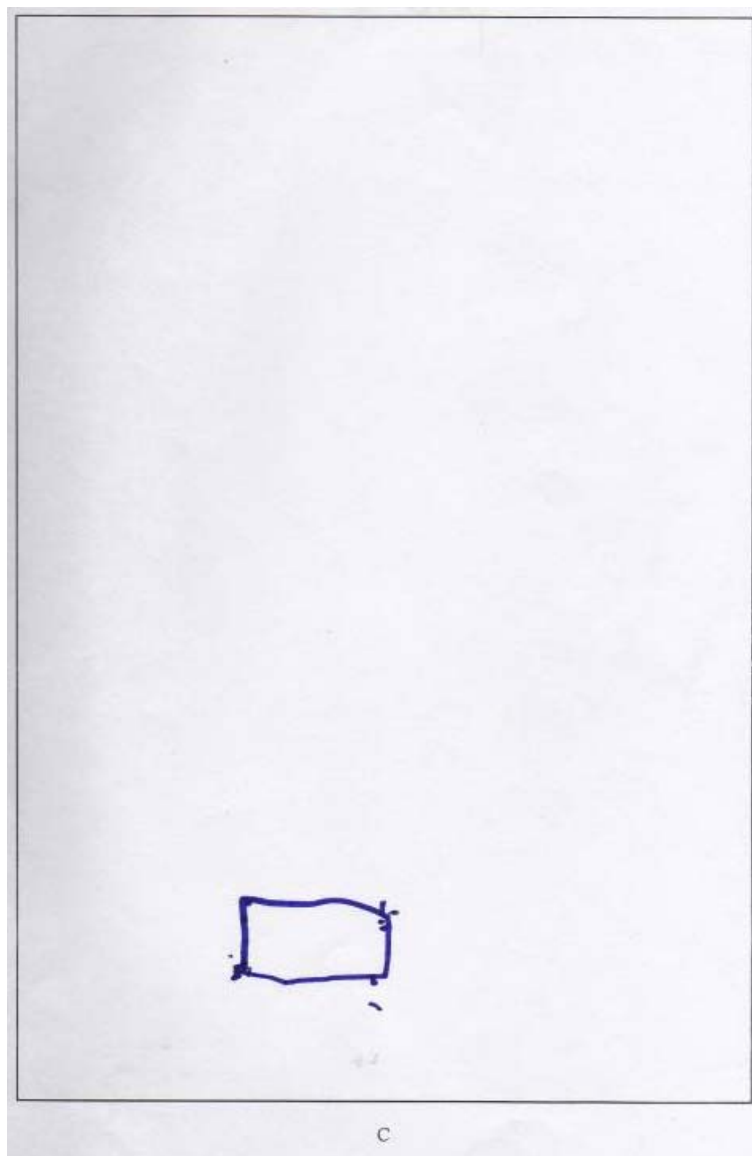
**APÊNDICE 11**  
**ATIVIDADES DO ESTUDANTE F**

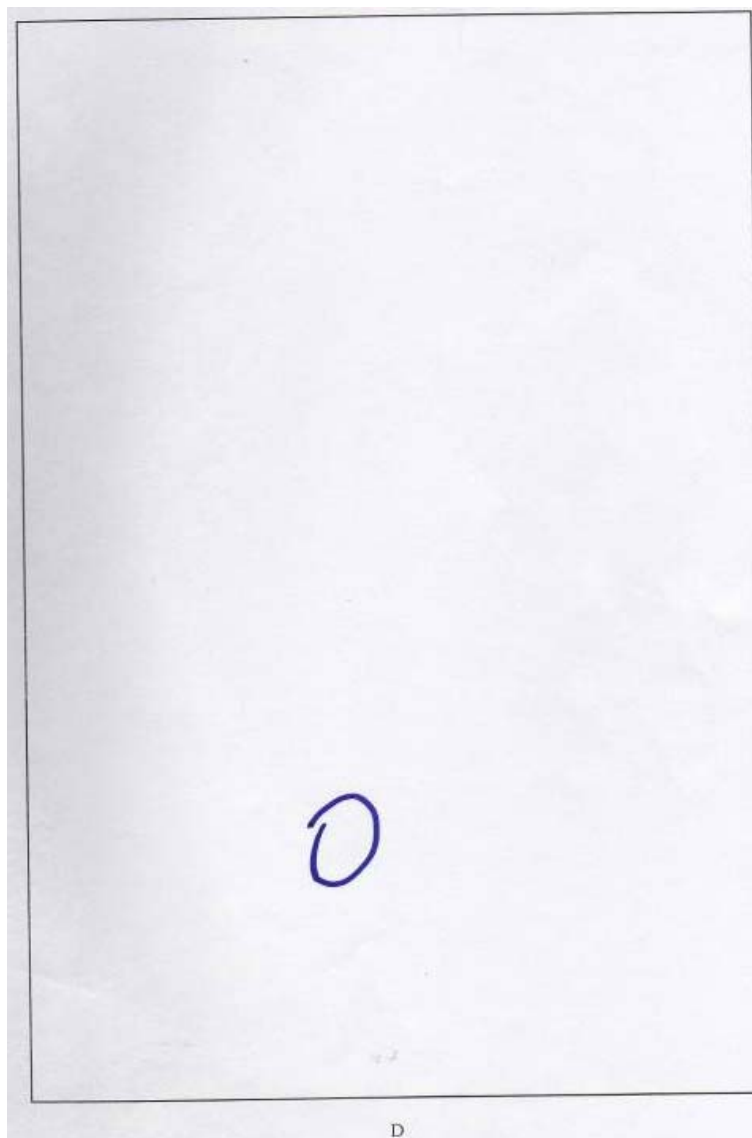


A



B





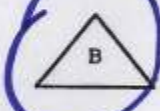
D



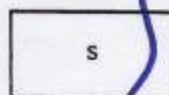
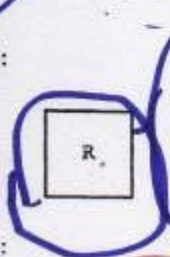
## TESTE DE VAN HIELE

Nome: ..... Turma: ..... Idade: .....

1- Assinale o(s) triângulo(s):



2- Assinale o(s) quadrado(s):



3- Assinale o(s) retângulo(s):

